

Curso de Geometria Analítica

Lista de Exercícios 3

Exercício 1:

Determine as equações vetorial, paramétricas e simétricas (quando possível) da reta r que passa pelo ponto e paralela ao vetor indicados.

- a) $A = (1, 2, 0)$ e $\vec{v} = (0, 0, 2)$; b) $A = (1, 0, 6)$ e $\vec{v} = 3, 2, -5$;
 c) $A = (1, 1, -1)$ e $\vec{v} = (3, 2, 1)$; c) $B = (\frac{1}{2}, 1, -1)$ e $\vec{v} = (\frac{3}{2}, -2, 1)$.

Exercício 2:

Obtenha as equações vetorial e paramétricas das retas medianas dos lados do triângulo ABC , sendo $A = (0, 0, 1)$, $B = (1, 2, 1)$ e $C = (1, 0, 1)$.

Exercício 3:

Determine as equações paramétricas e simétricas da reta r que passa pelo ponto $A = (1, 2, 0)$ e que seja paralela à reta que passa pelos pontos $B = (1, 1, 0)$ e $C = (-1, 0, -1)$.

Exercício 4:

Dados os pontos $P = (1, 0, 1)$ e $Q = (0, 1, 1)$, determine o ponto C da reta que passa por PQ de forma que a área do triângulo ABC seja igual a $\frac{1}{2}$, em que $A = (3, -2, 1)$ e $B = (0, 0, 1)$.

Exercício 5:

Escreva as equações vetorial e paramétricas do plano nos seguintes casos:

- a) π passa pelos pontos $A = (1, 1, 0)$ e $B = (1, -1, -1)$ e é paralelo ao vetor $\vec{v} = (2, 1, 0)$;
 b) π passa pelos pontos $A = (1, 0, 2)$, $B = (-1, 1, 3)$ e $C = (3, -1, 1)$.

Exercício 6:

Encontre dois pontos A e B dos planos π_1 e π_2 e encontre a equação vetorial da reta r que passa por A e por B , em que $\pi_1: X = (1, 0, 0) + \lambda(0, 1, 1) + \mu(1, 2, 1)$ e $\pi_2: X = (0, 0, 0) + \lambda(0, 3, 0) + \mu(-2, -1, -1)$.

Exercício 7:

Faça um esboço, considerando a base canônica de E^3 , dos planos dados pelas equações gerais a seguir:

- a) $x - 2 = 0$ b) $z + 4 = 0$ c) $y - z - 2 = 0$ d) $x + y + z - 1 = 0$

Exercício 8:

Obtenha a equação geral do plano que passa pelas retas $r: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{2} = z$ e $s: x-1 = y = z$.

Exercício 9:

Verifique se a reta r está contida no plano indicado nos seguintes casos:

a) $r: X = (1, 0, 0) + \lambda(2, -1, 0)$ e $\pi: x + 2y + 3z = 1$;

b) $\pi: X = (1, 4, 1) + \lambda(1, -1, 1) + \mu(-1, 2, -1)$ e r passa pelos pontos $A = (2, 3, 2)$ e $B = (0, 0, 1)$.

Exercício 10:

Escreva as equações paramétricas da reta r dada pela interseção dos planos π_1 e π_2 , em que

$$\pi_1: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = -2 \\ z = -\lambda - \mu \end{cases} \quad \text{e} \quad \pi_2: \begin{cases} x = 1 + \lambda - \mu \\ y = 2\lambda + \mu \\ z = 3 - \mu \end{cases}$$

Exercício 11:

Prove que o lugar geométrico dos pontos de E^3 que são equidistantes de $A = (1, -1, 2)$ e $B = (4, 3, 1)$ é um plano. Mostre em seguida que esse plano passa pelo ponto médio de AB e é perpendicular ao segmento AB .

Exercício 12:

Ache uma equação geral do plano π que contém $r: X = (1, 1, 0) + \lambda(2, 1, 1)$ e é perpendicular a $s: X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 1, 0)$.

Exercício 13:

Obtenha uma equação geral do plano π que passa pelo ponto $P = (1, -1, 1)$ e contém a reta $r: X = (0, 2, 2) + \lambda(1, 1, -1)$.

Exercício 14:

Estude a posição relativa das retas r e s nos seguintes casos:

a) $r: X = (8, 1, 9) + \lambda(2, -1, 3)$ e $s: X = (3, -4, 4) + \lambda(1, -2, 2)$;

b) $r: \frac{x+1}{2} = y = z$ e $s: \begin{cases} x + y - 3z = 1 \\ 2x - y - 2z = 0 \end{cases}$

Exercício 15:

Estude a posição relativa da reta r e do plano π em que $r: X = (0, 0, 0) + \lambda(1, 4, 1)$ e $\pi: X = (1, -1, 1) + \lambda(0, 1, 2) + \mu(1, -1, 0)$.

Exercício 16:

Determine a posição relativa dos planos π_1 e π_2 nos casos:

a) $\pi_1: X = (1, 1, 1) + \lambda(0, 1, 1) + \mu(-1, 2, 1)$

$\pi_2: X = (1, 0, 0) + \lambda(1, -1, 0) + \mu(-1, -1, -2)$

b) $\pi_1: x - y + 2z - 2 = 0$ e $\pi_2: X = (0, 0, 1) + \lambda(1, 0, 3) + \mu(-1, 1, 1)$.

Exercício 17:

Encontre o ângulo entre:

a) as retas $r: x = \frac{1-y}{2} = \frac{z}{3}$ e $s: \begin{cases} 3x + y - 5z = 0 \\ 2x + 3y - 8z = 1 \end{cases}$

b) a reta $r: X = (0, 0, 1) + \lambda(-1, 1, 0)$ e o plano $\pi: 3x + 4y = 0$

c) os planos $\pi_1: X = (1, 0, 0) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(-1, 0, 0)$ e $\pi_2: x + y + z = 0$.

Exercício 18:

Calcule a medida dos ângulos entre a diagonal de um cubo e cada uma de suas faces.

Geometria Analítica - 4ª Lista de Exercícios
Prof.^a Silvia

Exercício 1: Encontre a distância entre os planos:

$$\pi_1: 2x - y + 8z = 6 \text{ e } \pi_2: 2x - y + 8z + 10 = 0.$$

Exercício 2: Seja $A = (1, 3, 4)$ e $B = (2, 1, 2)$

a) Calcule a distância d entre A e B ;

b) Calcule a distância do ponto $P = (d, d^2, d^3)$ ao plano $\pi: x - y + z = 18$.

Exercício 3: Calcule a distância entre os planos $\pi_1: x + 2y + 3z = 1$ e

$$\pi_2: 2x + 4y + 6z - 10 = 0.$$

Exercício 4: Sejam $\vec{u} = \overrightarrow{AB} = (1, 0, 3)$ e $\vec{v} = (-1, 1, 2)$. Determine a distância do ponto A à reta que passa por B e é paralela ao vetor \vec{v} .

Exercício 5: Calcule a distância entre as retas $r: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 3 + \lambda \\ z = -1 - 5\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R}$ e

$$s: X = (1, 2, 4) + \mu(0, -1, -2), \mu \in \mathbb{R}.$$

Exercício 6: Qual a distância entre a reta $r: X = (1, 0, 2) + \lambda(-1, 3, 4)$ e o plano $\pi: X = (5, 3, 7) + \mu(1, -1, 1) + \eta(2, 2, -1)$?

Exercício 7: Calcule a distância entre as retas r que passa pelos pontos $A = (1, 2, 0)$ e $B = (0, 1, 2)$ e s que passa pelos pontos $C = (1, 1, 3)$ e $D = (2, 3, 5)$.

Exercício 8: Considere os pontos A, B, C e D do exercício anterior. Calcule a distância do ponto D ao plano π determinado pelos pontos A, B e C .

Geometria Analítica - 5ª Lista de Exercícios

Prof.^a Silvia

Exercício 1: Construa o gráfico, encontre o foco e a equação da reta diretriz das parábolas nos casos:

a) $x^2 = 8y$ b) $x = -\frac{1}{2}y^2$ c) $2y^2 - 9x = 0$.

Exercício 2: Otenha a equação reduzida da parábola e construa o seu gráfico nos seguintes casos:

- a) Vértice $V = (0, 0)$ e foco $f = (1, 0)$;
- b) Vértice $V = (3, -2)$ com eixo de simetria paralelo ao eixo Oy e parâmetro $p = 1$;
- c) Vértice $V = (4, 2)$ e foco $F = (1, 2)$ e determine sua equação geral;
- d) Vértice $v = (0, -2)$ e reta diretriz $2x - 3 = 0$ e determine sua equação geral.

Exercício 3: Determine os vértices, os focos e esboce o gráfico das elipses nos casos:

a) $16x^2 + 25y^2 = 400$; b) $4x^2 + y^2 = 16$.

Exercício 4: Encontre a equação geral da elipse que tem centro em $C = (4, -2)$, $\frac{c}{a} = \frac{1}{2}$ e semi-eixo menor medindo 3, determine seus vértices e esboce o seu gráfico.

Exercício 5: Determine as equações reduzida e geral das elipses nos casos:

- a) focos $F = (\pm 3, 0)$ e vértices $A = (\pm 4, 0)$;
- b) vértices $A = (0, \pm 6)$ e passando pelo ponto $P = (3, 2)$;
- c) $F_1 = (-3, 2)$ e $F_2 = (-3, 6)$ e $a = 4$.

Exercício 6: Determine os vértices, os focos, as equações das retas assintotas e faça um esboço das hipérboles nos casos:

a) $x^2 - 4y^2 = -16$; b) $25x^2 - 144y^2 = 3600$; c) $3x^2 - y^2 = 3$; d) $9x^2 - 16y^2 = 144$.

Exercício 7: Determine a equação reduzida e esboce o gráfico da hipérbole nos casos:

- a) Focos $(\pm 5, 0)$ e vértices $(\pm 3, 0)$;
- b) Vértices $(0, \pm 2)$ e distância focal $2\sqrt{11}$;
- c) $F_1 = (3, -3)$, $F_2 = (3, 7)$ e $a = 3$;
- d) $b = 4$ e retas assintotas $2y = +3x$ com focos no eixo Ox .

Exercício 8: Em cada um dos casos a seguir, determine se as equações são de uma parábola, elipse ou hipérbole, obtenha a equação reduzida e esboce o seu gráfico:

a) $25x^2 - 4y^2 + 40y = 0$ b) $16x^2 + 9y^2 - 96x + 72y + 144 = 0$

c) $4x^2 + 9y^2 - 8x - 36y + 4 = 0$ d) $y^2 - 16x + 2y + 49 = 0$

e) $2x^2 - 12x - y + 14 = 0$ f) $y^2 - 3x^2 - 18x - 18 = 0$

Exercício 9: Identifique a superfície e esboce o seu gráfico em cada um dos casos a seguir:

a) $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} + \frac{z^2}{9} = 1$ b) $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{9} = 1$ c) $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{\frac{9}{4}} - \frac{z^2}{1} = 1$

d) $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} - \frac{z^2}{4} = 0$ e) $z = x^2 + \frac{y^2}{4}$ f) $4x^2 + z^2 - y = 0$

g) $x^2 + y^2 + z^2 = 25$ h) $4x^2 + 4y^2 - z^2 = 0$ i) $4x^2 - y^2 + 2z^2 + 4 = 0$