Historia y tecnología en la reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

(History and Technology in Mathematics Education Reform in Costa Rica)

Ángel Ruiz
Presidente
Comité Interamericano de Educación Matemática
Vicepresidente
International Commission on Mathematical Instruction
Director General
Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica
www.angelruizz.com
ruizz.angel@gmail.com

Resumen

En mayo de 2012, Costa Rica aprobó nuevos programas de Matemáticas para la Educación Primaria y Secundaria del país (grados 1 a 12). Este currículo asume como enfoque principal la construcción de capacidades cognitivas superiores por medio de la resolución de problemas con especial énfasis en contextos reales. Se trata de una estrategia para la mediación pedagógica. En la fundamentación de estos programas se encuentra la influencia de algunas corrientes de la investigación internacional en Educación Matemática: la Educación Matemática Realista holandesa, el marco teórico del *Program of International Student Assessment* de la *Organization for Economic Cooperation and Development*, la lección "japonesa", la teoría de situaciones didácticas de la Escuela francesa de Didáctica de las Matemáticas y también ideas del marco teórico presente en los estándares y principios de la *National Council of Teachers of Mathematics* de los Estados Unidos. Se trata no obstante de un planteamiento curricular original. Estos programas incluyen el uso de la historia de las Matemáticas y de las tecnologías como ejes curriculares en el contexto costarricense. En el presente artículo se describirán las principales ideas presentes en esta reforma educativa y en particular en cuanto al uso de historia y tecnología.

La implementación de los nuevos programas se realiza por medio de un plan de transición gradual de tres años (2013-2015), el cual se ha visto acompañado por acciones de formación continua que usan tecnologías diversas: cursos bimodales (con base en la plataforma Moodle y herramientas como eXe Learning, y el estándar *Sharable Content Object Reference Model* SCORM), cursos virtuales (con el enfoque de los *Massive Open Online Courses* MOOC) y una comunidad virtual (con la plataforma *Drupal*). Se describirán las acciones de capacitación de docentes en el uso de tecnologías y el uso de historia dentro de esta reforma educativa.

Palabras clave: Educación Matemática, Educación, Matemática, Tecnología, Historia de las Matemáticas, Currículo, Reforma curricular, Resolución de problemas, Enseñanza de las Matemáticas, Costa Rica.

Abstract

In May 2012, Costa Rica adopted new Math Curriculum for Elementary and Secondary Education (grades 1-12). This curriculum takes as its main focus the construction of higher cognitive skills through problem solving with an emphasis in real contexts. This is an overall pedagogical strategy. In the basis of these programs there is influence of some international findings and theoretical approaches in Mathematics Education: Dutch Realistic Mathematics Education, the theoretical framework of the Program of International Student Assessment of the Organization for Economic Co-operation and Development, the Japanese lesson "model", the theory of didactical situations of the French school and also ideas present in

the Standards and Principles of the National Council of Teachers of Mathematics of the United States of America. It is however an original curricular approach. This curriculum includes the use of History of Mathematics and Technology as axes in the Costa Rican context. In this article, we will describe the main ideas in this educational reform and in particular regarding the use of History and Technology.

The implementation of the new curriculum is done through a gradual transition plan of three years (2013-2015), which is accompanied by continuous teacher-training activities using various technologies: bimodal courses (using the Moodle platform and authoring tools like eXe Learning, and the standard Sharable Content Object Reference Model SCORM), virtual courses (with the focus on the so-called approach Massive Open Online courses, MOOC) and a virtual community of Mathematics Education (using Drupal platform). The actions of Teacher-Training in the use of Technology and of History within this educational reform are described.

Keywords: Mathematics Education, Education, Mathematics, Technology, History of Mathematics, Curriculum, Curriculum Reform, Teaching of Mathematics, Problem Solving, Costa Rica.

En octubre del 2010, Leonardo Garnier, Ministro de Educación Pública de Costa Rica (2006-2014), propuso a Angel Ruiz que diseñara una reforma curricular en la enseñanza de las Matemáticas escolares. Éste aceptó realizarla por medio de un equipo independiente al Ministerio de Educación Pública (MEP), compuesto por investigadores a título personal de las universidades públicas (con quien Ruiz había trabajado desde hacía muchos años) y fortalecido con docentes en servicio de la Educación Secundaria y Primaria. Esta comisión presentó una primera versión del currículo en agosto del 2011 al Consejo Superior de Educación (CSE), organismo máximo de la Educación del país y responsable de aprobar planes de estudio. El CSE sometió la propuesta para su discusión a cuatro universidades públicas, recibiendo cuestionamientos y recomendaciones diversas dentro de una atmósfera bastante politizada en las academias. Al mismo tiempo, algunos gremios docentes se manifestaron en su contra. La comisión redactora elaboró una segunda versión del currículo tomando en cuenta una gran cantidad de las observaciones presentadas y libró una fuerte batalla política para mostrar la pertinencia y calidad de la propuesta. Todo esto ocurría en la segunda mitad del 2011 y los primeros meses del 2012. El 21 de mayo del 2012 el CSE aprobó la nueva propuesta curricular, iniciando una nueva etapa en la Educación Matemática del país.

Los nuevos programas empezaron a implantarse en el 2013 en un proceso gradual que tomará de cuatro a cinco años. Entre el 2016 y 2017 toda la Educación preuniversitaria de Costa Rica estará siguiendo este currículo. Para esto, desde el 2011 este país ha invertido en procesos de capacitación y creación de recursos que apoyen su instalación. Más allá de ver este proceso como un diseño curricular y su implementación, debe concebirse como una profunda reforma de la enseñanza de las Matemáticas en este país.

1. El nuevo currículo de las Matemáticas escolares en Costa Rica

El enfoque principal de este currículo se consigna como "Resolución de problemas, con énfasis en contextos reales". Se trata de una estrategia pedagógica, no de un ajuste de contenidos (aumento o disminución); su finalidad es transformar la acción de aula.

La resolución de problemas como estrategia para la construcción de aprendizajes propone una acción de aula sintetizada en cuatro momentos: presentación del problema, trabajo independiente los estudiantes, contrastación y comunicación de estrategias seguidas en la fase independiente y cierre o clausura de la lección. En cada momento el docente debe realizar tareas específicas. En las fuentes de esta propuesta se

encuentran entre otros: Ruiz (2000, 2011), (2003, 2010a), Freudenthal (1973, 1983, 1991), Brousseau (1998), Shimizu (2007).

El nuevo currículo asume la formación matemática escolar orientada a la construcción de capacidades de la ciudadanía en el uso de las Matemáticas para su vida, ya sean como contenidos o como destrezas intelectuales generadas con el aprendizaje de la asignatura. La naturaleza de las Matemáticas que se adopta enfatiza su carácter sociohistórico, cultural y su asociación con la realidad física y social. (Ruiz, 1987, 2000).

Dentro de esta orientación se utiliza la noción de "competencia" y de "competencia matemática" enunciada por el *Programa Internacional de Evaluación de los Aprendizajes* de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (PISA y OECD, respectivamente, por sus siglas en inglés). (OECD, 2003, p. 23; 2010, p. 4; Rico y Lupiáñez, 2008).

Este currículo persigue el dominio de conocimientos y la generación de habilidades en torno a los mismos, pero a la vez y de manera central, la construcción de capacidades transversales matemáticas que se alcanzan en el mediano y largo plazo: de razonamiento y argumentación, de representación, de comunicación, de resolución de problemas, de conexión. Estas capacidades se pueden llamar si se quiere "competencias". Las habilidades se diferencian entre específicas y generales, siempre asociadas a las áreas matemáticas. Las primeras son para desarrollar en periodos cortos de tiempo ("Para sumar números naturales menores que 100"), las segundas en plazos mayores ("Para sumar números naturales"). Las habilidades se buscan generar a través de procesos graduales y, algo crucial, de forma integrada. No se debe pensar en habilidades específicas como los "objetivos programados" típicos del conductismo.

La integración de habilidades se debe hacer precisamente mediante problemas escogidos adecuadamente para desencadenar los aprendizajes que se desean.

Aun a pesar de la relevancia que se le da a las capacidades (habilidades, competencias), no se concibe la organización de los planes de estudio específicos (malla curricular) por medio de competencias, ni tampoco la acción de aula (planeamiento, lección y evaluación) partiendo de competencias generales transversales. No es un currículo "por competencias". La organización de la malla curricular se realiza mediante las áreas matemáticas (conocimientos y habilidades) que se asumen: Números, Geometría, Medidas, Relaciones y Algebra, Estadística y Probabilidad. Y el punto de partida para la acción que debe desarrollar el docente son las Matemáticas.

Las capacidades generales que se pretende lograr son objetivos centrales del currículo propuesto. Por eso se procuran realizar a través o a partir del desarrollo preciso de las habilidades. Es decir, se construyen en la mediación pedagógica: la acción de aula. Ésta no es sin embargo cualquiera: invoca la resolución de problemas como estrategia pedagógica central, el desarrollo de acciones transversales e igualmente el trabajo con tareas colocadas en varios niveles de complejidad. A algunas de estas acciones transversales se les llama "procesos matemáticos":

- *Razonar y argumentar*
- *Plantear y resolver problemas*
- *Comunicar*
- *Conectar*
- *Representar*

Los procesos seleccionados trabajan de manera integrada y promueven gradualmente capacidades transversales, fortaleciendo a la vez la generación de las habilidades.

Otro medio en el aula para provocar el desarrollo de las capacidades cognitivas superiores y la competencia general es el trabajo de los problemas en diversos niveles de complejidad. El currículo asume por conveniencia los tres niveles de complejidad: reproducción, conexión y reflexión, esencialmente como fueron conceptualizados por PISA en el año 2003. (OECD, 2003).

Esta visión del currículo, si bien propone competencias, lo hace con base en las Matemáticas propiamente. No es ni un "currículo por contenidos" ni un "currículo por competencias".

El currículo se diseñó con una integración vertical del primer grado escolar al último. La fundamentación teórica (filosófica y curricular) es la misma para todo el currículo, las áreas matemáticas son las mismas. Ésta es una diferencia en relación con los programas anteriores. Se busca con ello no sólo el desarrollo de perspectivas estratégicas de las áreas, para poder seguir su desarrollo en toda la formación escolar, sino además contribuir a disminuir las brechas que han predominado entre la Primaria y la Secundaria en Costa Rica. (Ruiz, 2006).

Se ha dado un lugar relevante a la Estadística y la Probabilidad en todos los años escolares, precisamente porque es un área que aporta grandes posibilidades de realizar el enfoque principal: resolución de problemas con énfasis en contextos reales. También porque permite amplias conexiones con otras áreas matemáticas.

Números no se afirma aquí como dominio de sistemas formales sino como recursos para el manejo de objetos y medios matemáticos hacia la modelización de la realidad física y social. Se apuesta a desarrollar el sentido numérico, las representaciones numéricas múltiples, el cálculo, la operatoria instrumental en los problemas y la comprensión de los entes matemáticos que dan cuenta de la "cantidad" dentro de una perspectiva pragmática en sus fundamentos, aunque puedan tener niveles amplios de abstracción. En particular: "Se busca robustecer un *sentido numérico*, mediante una apropiación del valor absoluto y relativo de los números; esto refiere, por ejemplo, al uso de los números para representar dimensiones o entidades de la realidad, a la estimación numérica de valores y de las operaciones aritméticas, a la 'razonabilidad' de cálculos." (MEP, 2012, p. 51). La representación múltiple de los números es un propósito significativo.

El área de Medidas se percibe como un área al servicio de la contextualización activa, reforzando los aprendizajes en las otras áreas. Su lugar en la conexión de situaciones es muy útil.

La Geometría se aborda en varios sentidos: como área privilegiada tradicional para entrenar el razonamiento y la argumentación matemáticas, pero también como recurso formidable para trabajar los objetos espaciales y planos: la visualización espacial se introduce desde el primer año escolar. No se buscará en ningún momento disponer de la geometría vectorial ni se pretenderá formalizar o profundizar excesivamente el trabajo matemático en tres dimensiones. El currículo anterior tuvo un enfoque totalmente "sintético". En el nuevo, desde el Segundo Ciclo escolar se introduce un tratamiento analítico mediante coordenadas (adaptadas a los sistemas numéricos que conocen los estudiantes). Este enfoque favorece las conexiones entre áreas matemáticas (como Relaciones y Álgebra) y ofrece múltiples posibilidades para percibir la potencia de la Geometría en procesos de la vida cotidiana y profesional. Otra característica es la introducción de transformaciones en el plano (simetrías, traslaciones, homotecias, reflexiones, rotaciones). Esto apela al movimiento de los objetos geométricos. El software de geometría dinámica se puede aplicar aquí de una forma natural para evidenciar propiedades y objetos que sin éste serían muy difíciles de trabajar.

En Relaciones y Álgebra se potencia el pensamiento relacional, por ejemplo en torno a las funciones. El arsenal simbólico y los objetos llamados tradicionalmente algebraicos (ecuaciones, fórmulas, variables, etc.) encuentran mayor significado si se trabajan en un ambiente de relaciones y funciones: "(…) un tratamiento "funcional" de la manipulación de expresiones simbólicas, por ejemplo las ecuaciones, la factorización y la simplificación, lo que permite darle significado a varios temas de ese tipo". (MEP, 2012, p. 54). Esta asociación "entre funciones y álgebra permite darle coherencia a muchos contenidos que suelen estar dispersos en los planes de estudio usuales." (MEP, 2012, p. 54) Un énfasis relevante que se brinda a esta área es la modelización: utilizar el instrumental algebraico y funcional para identificar, usar y construir modelos sencillos de lo real: "Se podría decir que los procesos de cambio pueden ser modelados por las relaciones y funciones matemáticas, y éstas pueden tener distintas representaciones: gráficas, tabulares, simbólicas." (MEP, 2012, p. 54).

Se establecen cinco ejes o énfasis curriculares: resolución de problemas, contextualización activa, potenciar actitudes y creencias positivas, uso inteligente de tecnologías y uso de historia de las Matemáticas:

- Como eje curricular, la "resolución de problemas" no pretende que solamente se entrenen estrategias o heurísticas para resolver problemas, sino especialmente darle un sentido a la participación de los problemas en la organización de las lecciones, la construcción de aprendizajes y toda la práctica de aula.
- La "contextualización activa" hace referencia al trabajo en contextos reales o que el estudiante asuma de ese modo. Se distancia del clásico enfoque de aquellas situaciones matemáticas revestidas de contexto de una manera artificial (problemas con palabras) y se desarrolla sobre una manipulación de la información de la realidad circundante y gracias al uso de la modelización (uso y construcción de modelos).
- Una fusión de los dos primeros ejes constituye el enfoque principal del currículo: la resolución de problemas con un énfasis especial en contextos reales. Este enfoque busca potenciar una estrategia para la acción: construir aprendizajes por medio de problemas con énfasis en aquellos tomados de los diversos contextos reales. Implica la planificación, la gestión y el desarrollo en el aula y la evaluación. El énfasis curricular, debe insistirse, no está en los contenidos (conocimientos y habilidades) sino en la acción pedagógica.

Estos ejes se instrumentalizan de forma precisa en la malla curricular.

2. El Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

El principal medio para la implementación de este currículo se ha dado con el *Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica.* Fue elaborado por Ángel Ruiz con el acuerdo del ministro Garnier y presentado a la *Fundación para la Cooperación Costa Rica-Estados Unidos (CRUSA)* para obtener un apoyo económico sustancial. El proyecto tendrá vigencia entre el 2012 y el 2015. El MEP brinda una contrapartida relevante en términos de docentes en servicio que trabajan directamente con el proyecto, y todos los aspectos de logística que supone el mismo.

Este proyecto se realiza esencialmente por la misma comisión que redactó los nuevos programas pero fortalecida con otros profesionales (docentes en servicio y especialistas en informática y e-learning). El proyecto:

- fue el responsable de redactar una segunda versión de la propuesta curricular,
- diseñó un plan para instalar gradualmente durante tres años el nuevo currículo, una estrategia responsable dada la profundidad de la reforma propuesta[1],
- realiza desde el 2012 "planes piloto" que permiten tomar el pulso a la implementación así como ofrecer elementos para las acciones en esa dirección,

[1] El MEP aceptó plenamente esta estrategia a pesar de que no ha sido algo usual en ninguna reforma educativa anterior.

- desarrolla cursos bimodales de capacitación docente que integran sesiones presenciales mediante el trabajo independiente con materiales colocados en una plataforma tecnológica, los cuales deben estudiar los docentes, incorporando asímismo sesiones en línea con prácticas de autoevaluación y exámenes.[2]
- con base en los materiales de los cursos bimodales, construye cursos enteramente virtuales que buscan reforzar las poblaciones docentes que realizan los bimodales, así como acceder a nuevos segmentos educativos para ampliar los procesos de capacitación.

Para potenciar todos los procesos de capacitación y las diversas acciones de la reforma, el proyecto elaboró y brinda seguimiento a una *Comunidad Virtual de Educación Matemática* (www.reformamatematica.net) que integra centenares de docentes de Primaria y Secundaria y que ya se ha constituido en la principal referencia de la reforma en la Educación Matemática del país. Los objetivos de este proyecto han tenido una gran fuerza sinérgica.

3. Perspectiva de la praxis

Una característica que ofrece este proceso de reforma es una *Perspectiva de la praxis*. Esto se manifiesta en varias dimensiones:

1. La implementación ilumina el diseño curricular. El diseño del currículo se realizó como parte de una estrategia global en donde la instalación era un elemento central orientador. No se trató de crear un programa "in vitro" que luego se buscaría implantar de alguna manera. El diseño curricular estuvo determinado desde un principio por lo que se deseaba en la práctica para la acción de aula. El texto curricular es una acción dentro de una perspectiva general de reforma que requiere procesos de capacitación, formación y múltiples recursos de apoyo al docente.

2. Una visión pragmática de la formación matemática escolar. El propósito final para la preparación matemática escolar es robustecer su sentido pragmático: no establece meramente la ampliación de contenidos o el dominio de las típicas destrezas del matemático. Esta nueva visión se expresa en la adopción de la noción de "competencia matemática" desarrollada en el marco teórico de PISA. Los ejes curriculares muestran no sólo los ajustes o énfasis que se desean desarrollar en el escenario actual, sino la vocación práctica que aspira a un fortalecimiento de mayores capacidades cognitivas para una mejor actuación en la vida.

3. Una filosofía de las Matemáticas. En un plano aún más general, hay una valoración de las Matemáticas como una construcción histórica y cultural con un peso fuerte del mundo empírico, físico y social, lo cual determina la visión sobre las Matemáticas escolares y la actitud teórica hacia el diseño curricular. Esta es una visión formulada desde hace muchos años por Ángel Ruiz. (Ruiz, 1987, 1990, 1992, 2000).

4. Utilización pragmática de los hallazgos de investigación y prácticas internacionales exitosas. Hay un manejo autóctono y funcional de los elementos que se identifican en la investigación y la experiencia de la Educación Matemática internacional.

5. Construcción de una teoría propia. No sólo no se ha adoptado un modelo externo (aunque fuera "tropicalizado"), sino que se ha realizado una construcción intelectual propia, avanzando ideas sobre el diseño curricular y su implementación, una contribución a la investigación y experiencia internacional; estos

[2] Estas últimas actividades son la base principal de la evaluación de los docentes. La aprobación del curso les brinda incluso algunos créditos en su carrera profesional dentro del Ministerio de Educación Pública.

resultados se dirigen a condiciones en un país en vías de desarrollo, lo que no ha sido foco de la investigación internacional en la Educación Matemática.

6. Un equipo humano con experticia y compromiso de acción. Se debe reconocer como elemento central que esta reforma ha contado con un equipo de personas con amplio conocimiento de la Educación Matemática internacional y de la realidad local. Los planteamientos fueron construidos en una búsqueda de armonía entre lo que arroja la investigación y lo que moldea la experiencia de aula.

7. Una reforma inconclusa, no lineal y combinada. Los ritmos y las estrategias para realizar una reforma en la Educación Matemática dentro de un país en desarrollo son especiales. En primer lugar la profundidad y la intensidad de la reforma no son similares a las de otros países, en tanto las macro condiciones sociales y educativas han impuesto retos y limitaciones. Como ha sido en el caso de Costa Rica, las acciones reformadoras han debido de ser cuantiosas y realizarse en tiempos perentorios. En el curso de esta reforma, de forma simultánea y combinada: se elabora y reelabora el currículo, se dan capacitaciones, se trabaja con tecnologías en distintos escenarios, se generan documentos y actividades de persuasión político-social, se enfrentan "cuellos de botella" institucionales, se organizan seminarios y eventos académicos nacionales e internacionales.

4. El uso de historia y tecnología en el currículo

El nuevo currículo costarricense posee una perspectiva especial con el uso de la historia de las Matemáticas y el de las tecnologías.

El uso de historia

El uso de historia de las Matemáticas pretende crear una perspectiva cultural de la disciplina de las Matemáticas, dotar de rostro humano a los conceptos matemáticos, generar motivación estudiantil, contextualizar conocimientos en situaciones históricas precisas y desarrollar capacidades que el trabajo con la historia apoya (capacidad de comunicación matemática, establecimiento de conexiones con otras disciplinas o dentro de la misma Matemática):

> El impacto más importante del uso de esta disciplina, sin embargo, no se puede observar en relación con habilidades específicas sino más bien en el mediano y largo plazos, pues es poco a poco que se van comprendiendo sus límites y perspectivas.
>
> La Historia de las Matemáticas no sólo ofrece recursos muy valiosos para la acción de aula sino que potencia una perspectiva y una valoración sobre la disciplina, que es relevante para el aprendizaje efectivo y, más aún, para una comprensión culta de las Matemáticas, un imperativo para toda persona en el escenario en que vivimos. (MEP, 2012, p. 39).

Del mismo modo busca complementar los otros ejes curriculares.

Los propósitos que afirma:

- Mostrar distintas formas de pensamiento y acción matemática.
- Potenciación de las conexiones entre las diferentes áreas matemáticas.
- Favorece conexiones entre Matemáticas, Educación Matemática y concepciones generales de estudiantes y docentes.
- Enriquecimiento de la resolución de problemas.
- Potenciación de la contextualización activa.
- Fortalecimiento de la multiculturalidad.

- Atender grupos con particularidades socioculturales.
- Atender estudiantes con talento.
- Conexiones entre Matemáticas y otras disciplinas: la interdisciplina.
- Apoyo para el desarrollo de actitudes y creencias positivas sobre las Matemáticas. (MEP, 2012, pp. 64-65)

Para realizar estos propósitos se sugieren varios usos:

- Como un reservorio de anécdotas para motivar y sensibilizar.
- Descripción de situaciones matemáticas que sitúan un contexto y circunstancias individuales y socioculturales.
- Para determinar la secuencia o lógica de la presentación de algunos tópicos, pues la lógica histórica puede sugerir caminos semejantes en los aprendizajes.
- Uso de fuentes primarias, problemas o textos de matemáticos que pueden permitir el tratamiento de ciertos tópicos con las herramientas teóricas que se disponían en el momento histórico. (MEP, 2012, p. 65).

El uso de la historia de las Matemáticas permite mostrar una "visión humanista de las Matemáticas" y "su carácter de construcción sociocultural". Pese a ello, en este currículo no se introduce como contenido a evaluar, pues así se propone ofrecer "flexibilidad al gestionar su introducción, en un medio educativo nacional donde el uso de la historia de las Matemáticas no ha formado parte relevante de los programas escolares ni de las tradiciones pedagógicas." (MEP 2012, p. 39).

Uso de tecnologías

Proponer como eje curricular el uso inteligente de tecnologías responde a un rezago que el país ha tenido tanto en cuanto a la cobertura de medios tecnológicos como sobre todo a la utilización insuficiente o inapropiada de estos recursos. La tecnología se visualiza como un instrumento que reformula el lugar y organización de contenidos curriculares, los métodos de manipulación de los objetos de aprendizaje y la construcción de aprendizajes con base en estrategias nuevas y de mayor impacto individual y colectivo (interacción superior, tiempos de estudio más flexibles, aumento de recursos). Su lugar se ajusta a las condiciones de la sociedad, lo que se traduce en una excitativa amplia para utilizar tecnologías (con diferencias entre áreas), si bien su introducción obligatoria solamente se da en lugares pertinentes.

El uso de tecnologías se concibe de forma gradual. En gran medida se introduce en "el tratamiento de varios tópicos, aumentando su uso con el avance en los años lectivos" (MEP, 2012, p. 60). Las indicaciones puntuales son un medio central con el fin de ofrecer los límites y métodos para emplear la tecnología.

Otra característica: "el uso de tecnologías debe hacerse en función estricta del aporte que ofrezca al logro de fines de aprendizaje consignados, no debe adoptarse su uso por el valor intrínseco de la tecnología, sea cual sea éste." (MEP, 2012, p. 61)

El uso de la calculadora, por ejemplo, se considera "desde la Primaria para corroborar operaciones (cálculo mental, estimación) y como un auxiliar en la resolución de problemas y situaciones contextualizadas". (MEP, 2012, p. 61)

Se da importancia a los instrumentos dinámicos, por ejemplo del tipo Geometer's Sketchpad, Cabri, Fathom o Geogebra: "para facilitar cómputos, para apoyar la visualización de entidades y relaciones matemáticas, para favorecer la experimentación matemática, orquestar comunicaciones, formar redes y matematizar lo real

externo." (MEP, 2012, p. 61) El currículo propone: Geometría dinámica, Cálculo y representación gráfica (CAS), Simulación de experimentos estadísticos dinámicos.

Otro elemento es el papel relevante de la Internet en varias dimensiones:

- Indagación, valoración y selección de información pertinente para tópicos matemáticos; por ejemplo páginas web con información de situaciones matematizables, censos, mapas Google, figuras, etc.
- Reforzamiento de aprendizajes de matemáticas mediante sitios especializados con plataformas interactivas.
- Aprendizajes interactivos y colaborativos en redes virtuales educativas, también mediante plataformas especiales. (MEP, 2012, p. 61).

En el caso de la evaluación del uso de tecnologías, se propone:

> (…) por medio de los problemas o ejercicios planteados, donde su utilización representa un componente oportuno. Por ejemplo, si en un problema el uso de la calculadora es significativo para su tratamiento o solución (cálculos muy grandes que sin calculadora tomarían muchísimo tiempo, o el valor de una función en un punto que resulta necesario para el ejercicio), ese elemento debe ser tomado en cuenta. (MEP, 2012, p. 61).

5. Los cursos bimodales en la reforma de la Educación Matemática en Costa Rica

Una estrategia de las capacitaciones para implementar este currículo ha buscado materializar en el contexto local de Costa Rica lo que la investigación internacional ha aportado sobre la capacitación docente en sistemas educativos de alto rendimiento, por ejemplo lo que se consigna en el "Informe Mackinsey" de la OECD (Barber & Mourshed, 2007): emplear como entrenadores a docentes en servicio de calidad y procurar tener en cada escuela y aula un apoyo de estos docentes. Esta orientación contrasta con enfoques de capacitación docente dominantes dentro de las comunidades universitarias del país.

La primera estrategia propuesta fue la realización de cursos bimodales, compuestos de sesiones presenciales y del trabajo por medio de una plataforma tecnológica. El contenido de los cursos correspondía al enfoque curricular: pedagogía específica de las Matemáticas e incluso una reproducción en su estructura de la estrategia pedagógica que propone el nuevo currículo (la resolución de problemas con énfasis en contextos reales: colocación inicial de situaciones de interés o problemas sobre los cuales desencadenar las acciones didácticas para concluir con la institucionalización de resultados).

Para poder "llegarle" a poblaciones masivas de docentes se planteó realizar cursos en esencialmente dos fases. En la primera fase se daría el curso a docentes líderes y a los asesores pedagógicos regionales (y nacionales) del MEP. Luego el curso se replicaría a poblaciones numerosas de docentes. Los cursos para líderes serían impartidos por facilitadores entrenados directamente por la comisión redactora de los programas y con un control estrecho del proceso por parte de la misma.[3]

El trabajo en la plataforma posee dos componentes: documentos de estudio en formato PDF que deben ser descargados y estudiados de manera independiente, y un trabajo en plataforma por cada docente donde se realizan prácticas de autoevaluación y exámenes en línea. Se espera un trabajo de al menos 40 horas en dos actividades. La aprobación del curso depende esencialmente de la realización de la última parte, que se

[3] Los cursos masivos serían impartidos por los docentes líderes y por los asesores regionales, con la administración del Instituto de Desarrollo Profesional Uladislao Gámez, el organismo del MEP encargado formalmente de todos los procesos de capacitación docente. (Ruiz, 2012).

realiza por medio de la plataforma Moodle, la cual fue escogida por ser robusta y más conocida en los medios nacionales (la usan varias universidades).

En el año 2013 las capacitaciones se formularon tanto en el uso de historia como en el uso de tecnologías digitales para la enseñanza de las Matemáticas. En ambos casos la colocación de los materiales en la plataforma posee cierta complejidad.

1. Sobre el texto: cada pregunta debe ser incorporada a un texto sin formato para exportarlo adecuadamente a la plataforma. La pregunta fue diseñada por el experto, valorada y sometida a procesos de evaluación con expertos externos a cada propuesta.
2. Sobre la imagen: el sistema no copia las imágenes como si fuera un archivo de MWord. Con tal de preparar una imagen para ser incluida en la Plataforma, primero debe ser copiada en un software especializado (en nuestro caso Photoshop o GIMP según el formato), para esto se aprovecha el software Image Capture and Character Recognition JOCR.
3. Una vez copiado como recurso de imagen es trasladado al software GIMP con el fin de darle estilo para formato web y mejorar su calidad. Así, normalmente se valora su distribución de colores y curvas de tonos.
4. Una vez ajustadas las curvas de nivel, se exporta a un formato adecuado para transferencia y presentación para Web.
5. Sobre el texto matemático: hasta el momento, las herramientas como blogs y foros no están especializadas para soportar la gran cantidad de símbolos que normalmente se utilizan en el lenguaje matemático básico.

Una de las grandes fortalezas de Moodle es que contiene un pluggin o programa auxiliar descargable que permite a un navegador como Firefox o Internet Explorer construir los símbolos a través de programación para Latex. Así, resulta indispensable saber usar el entorno para Latex.

6. Cada una de las opciones que tienen las preguntas de los expertos debe ser traducida manualmente a lenguaje Latex. Por ejemplo: N(t) = 339 295 e0,13144t deberá ser traducida por una persona con conocimientos de Latex como $$ N(t) = 339 295 \cdot e^{0,013144t} $$. Y así para todos los casos donde aparece texto matemático. Luego de traducidas deben ser insertadas en el lugar donde aparecían originalmente.

Este proceso normalmente dura entre 20 y 30 minutos por pregunta. (Morales y Poveda, 2013, p. 5).

6. Uso de historia en los cursos bimodales

La idea ha sido identificar temas que pudieran utilizarse en las aulas y colocar situaciones históricas que permitan el desarrollo de contenidos y habilidades del currículo. Se trata de integrar Matemáticas, historia y pedagogía y no sólo introducir información histórica o cultivar matemática.

Cada unidad consta de varias secciones: problema (o actividad), análisis de la situación, indicaciones metodológicas y consideraciones finales. Una imagen del problema inicial en uno de sus módulos se muestra a continuación.

René Descartes y la Geometría Analítica

Se considera que la geometría analítica es la asociación de tres factores: la expresión de una realidad geométrica, el uso de coordenadas y el principio de representación gráfica. Algunos de estos elementos pueden encontrarse en el trabajo de matemáticos previos a Descartes. Por ejemplo, las observaciones astronómicas de la antigüedad condujeron al uso de coordenadas en el espacio; los griegos Arquímedes y Apolonio realizaron trabajos con dos variables que utilizaron para estudiar las cónicas; en el siglo XVI, Oresme realizó representaciones gráficas de ciertos fenómenos. (Simard, 2008)



René Descartes (1596 – 1650)

Sin embargo es en los trabajos de los franceses René Descartes (1596-1650) y Pierre de Fermat (1601-1665) en los que se aprecian los factores que dan origen a la geometría analítica. Por ello son considerados los padres de ella.

El trabajo de Descartes, en el que se reconocen los orígenes de la geometría analítica, se publicó en 1637 como un apéndice, titulado *La géométrie*, en su obra *Discours de la méthode pour bien conduire sa raison et cherecher la vérité dans les sciences* (Discurso del método para dirigir bien la razón y buscar la verdad en las ciencias), mejor conocido como *Discurso del método*.

Al comienzo del libro I de *La géométrie,* Descartes establece que las operaciones aritméticas (se refiere a operaciones con números positivos) adición, sustracción, multiplicación, división y extracción de raíces se pueden realizar de manera geométrica utilizando segmentos de recta, cuyas longitudes representan los números a operar, y un segmento de longitud 1, colocados de manera apropiada. Para la extracción de la raíz cuadrada, Descartes establece lo siguiente:

Si hay que extraer la raíz cuadrada de GH, se le agrega en línea recta FG, que es la unidad y dividiendo $\overline{FH}$ en dos partes iguales por el punto K, con ese punto como centro se traza el círculo FIH; luego elevando desde el punto G una línea recta, con ángulos rectos sobre $\overline{FH}$, hasta I, es GI la raíz buscada. (Traducido de *La géométrie* de Descartes, Proyecto Gutemberg, 2008 sobre la edición de A. Hermann de 1886).

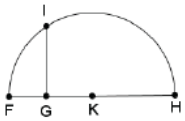
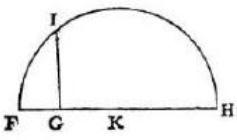


Figura 1. Cursos bimodales 2013: Problema del módulo René Descartes y la geometría analítica.
Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 a).

l'Extraction de la racine quarrée.



Ou s'il faut tirer la racine quarrée de GH, ie luy adiouſte en ligne droite FG, qui eſt l'vnité, & diuiſant FH en deux parties eſgales au point K, du centre K ie tire le cercle FIH, puis eſleuant du point G vne ligne droite iuſques à I, à angles droits ſur FH, c'eſt GI la racine cherchée. Ie ne dis rien icy de la racine cubique, ny des autres, à cauſe que i'en parleray plus commodement cy aprés.

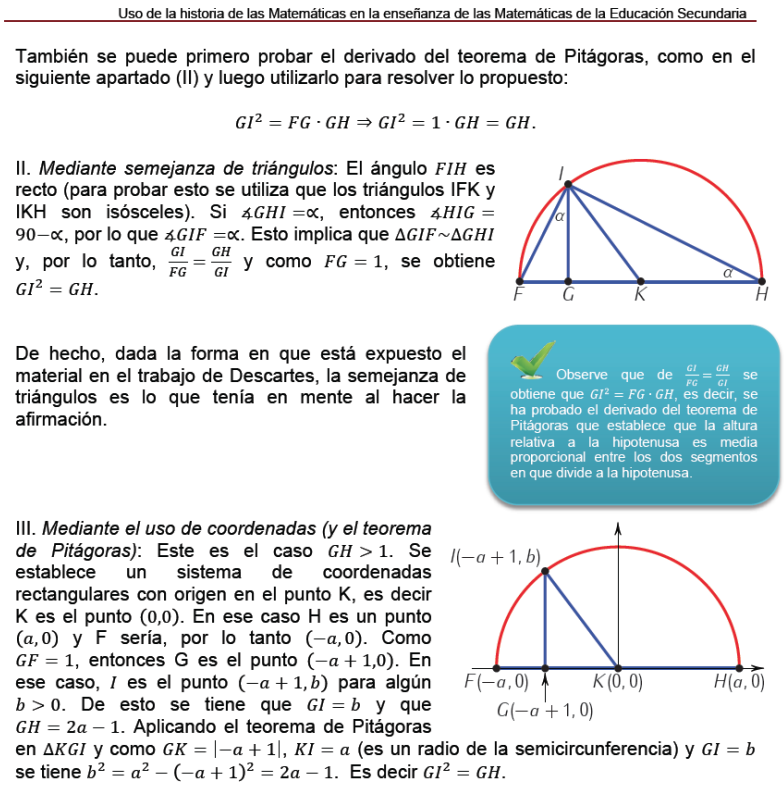
Facsímil de parte de la página 298 de la edición de 1637 de *La géométrie* de Descartes, en la que aparece la manera geométrica de extraer la raíz cuadrada de un número. Tomado de http://debart.pagesperso-orange.fr/geometrie/geom_descartes.html

Problema

Pruebe la afirmación que hace Descartes, es decir, con las condiciones dadas verificar que $GI = \sqrt{GH}$.

Figura 2. Cursos bimodales 2013: Problema del módulo René Descartes y la geometría analítica. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 a). Continuación.

Se trata de un problema original tomado de un texto clásico. El tratamiento del tema debe consignarse con cierto detalle para que se comprendan sus características. Luego de esbozado el problema se brinda un estudio del mismo y de paso se incluye su solución matemática como se daría actualmente, y la discusión sobre el año escolar donde se introducen estos contenidos. Los siguientes párrafos muestran el significado de esa última sección.



Uso de la historia de las Matemáticas en la enseñanza de las Matemáticas de la Educación Secundaria

También se puede primero probar el derivado del teorema de Pitágoras, como en el siguiente apartado (II) y luego utilizarlo para resolver lo propuesto:

$$GI^2 = FG \cdot GH \Rightarrow GI^2 = 1 \cdot GH = GH.$$

II. *Mediante semejanza de triángulos*: El ángulo FIH es recto (para probar esto se utiliza que los triángulos IFK y IKH son isósceles). Si $\measuredangle GHI = \propto$, entonces $\measuredangle HIG = 90 - \propto$, por lo que $\measuredangle GIF = \propto$. Esto implica que $\Delta GIF \sim \Delta GHI$ y, por lo tanto, $\frac{GI}{FG} = \frac{GH}{GI}$ y como $FG = 1$, se obtiene $GI^2 = GH$.

De hecho, dada la forma en que está expuesto el material en el trabajo de Descartes, la semejanza de triángulos es lo que tenía en mente al hacer la afirmación.

Observe que de $\frac{GI}{FG} = \frac{GH}{GI}$ se obtiene que $GI^2 = FG \cdot GH$, es decir, se ha probado el derivado del teorema de Pitágoras que establece que la altura relativa a la hipotenusa es media proporcional entre los dos segmentos en que divide a la hipotenusa.

III. *Mediante el uso de coordenadas (y el teorema de Pitágoras)*: Este es el caso $GH > 1$. Se establece un sistema de coordenadas rectangulares con origen en el punto K, es decir K es el punto $(0,0)$. En ese caso H es un punto $(a,0)$ y F sería, por lo tanto $(-a,0)$. Como $GF = 1$, entonces G es el punto $(-a+1,0)$. En ese caso, I es el punto $(-a+1,b)$ para algún $b > 0$. De esto se tiene que $GI = b$ y que $GH = 2a - 1$. Aplicando el teorema de Pitágoras en ΔKGI y como $GK = |-a+1|$, $KI = a$ (es un radio de la semicircunferencia) y $GI = b$ se tiene $b^2 = a^2 - (-a+1)^2 = 2a - 1$. Es decir $GI^2 = GH$.

Figura 3. Cursos bimodales 2013: Análisis del Problema del módulo René Descartes y la geometría analítica. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 a).

Se introducen consideraciones dirigidas a evidenciar la estrecha correspondencia de la situación histórica escogida con el programa de estudios, y la visión de una capacitación orientada hacia la acción de aula.

Uso de la historia de las Matemáticas en la enseñanza de las Matemáticas de la Educación Secundaria

Para IX año

En este nivel puede servir para introducir la habilidad relacionada con el teorema de Pitágoras:

Conocimientos	Habilidades
Triángulos • Teorema de Pitágoras	1. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas en diferentes contextos.

Previamente deberán repasarse conceptos básicos relacionados con la circunferencia: diámetro, radio y la relación entre ellos.

Es conveniente proponer la situación antes de introducir el teorema de Pitágoras con el objeto de llegar a este conocimiento. Existe la posibilidad de que algunos estudiantes resuelvan el problema utilizando semejanza dado que es un conocimiento adquirido en el nivel anterior. En este caso la discusión se verá enriquecida porque habrá al menos dos formas de resolver el problema mediante conocimientos diferentes, se podrán comparar y comentar las ventajas de una u otra.

La clausura de la clase consistirá en el enunciado y comprobación del teorema de Pitágoras y su recíproco.

Teorema de Pitágoras:
Dado un triángulo rectángulo ABC con ángulo recto en A, entonces

$$BC^2 = AB^2 + AC^2.$$

Recíproco:
Dado un triángulo ABC en el que se cumple $BC^2 = AB^2 + AC^2$, entonces ΔABC es rectángulo con ángulo recto en A.

Existe una gran cantidad de pruebas del teorema de Pitágoras. Muchas de ellas son muy visuales, por ejemplo la realizada por Henry Perigal (1801-1898), utilizando una técnica denominada disección. Ofreció dos maneras de hacerlo: por traslación de las partes componentes y mediante dos cuadrados que se convierten en uno. Se ilustra a continuación la primera de ellas.

Se traza un triángulo rectángulo y se construyen los cuadrados que tienen por lado los lados del triángulo.

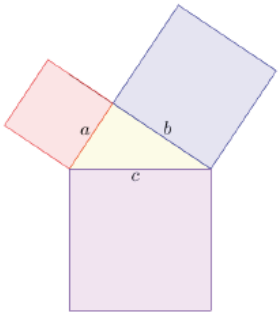


Figura 3. Cursos bimodales 2013: Análisis del Problema e indicaciones curriculares en el módulo René Descartes y la geometría analítica. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 a).

Para cada unidad didáctica se tienen prácticas de autoevaluación, que incluyen elementos de retroalimentación con el propósito de que las mismas sirvan de instrumento formativo para las y los docentes. La retroalimentación se da cuando el usuario selecciona una de las opciones posibles de respuesta, y al final del proceso en cada ítem (la retroalimentación general). Por limitaciones de Moodle y dado el carácter masivo de la segunda etapa del curso se privilegia preguntas de selección única. En las siguientes imágenes se brinda un ejemplo:

Autoevaluación

Relacionada con la lectura de Geometría Analítica

1. En el *Liber abaci* de Leonardo de Pisa (conocido como Fibonacci), escrito en el año 1202, revisado y aumentado en 1228, se plantea el siguiente problema: *Dos torres, una de 30 pasos de altura y la otra de 40 pasos están separadas por una distancia de 50 pasos. En un punto ubicado entre las dos torres se encuentra una fuente a la cual dos pájaros, volando de cada torre y descendiendo a la misma velocidad, llegan al mismo tiempo. ¿Cuál es la distancia de la fuente a cada torre?*

¿Cuáles de las siguientes habilidades pueden ser introducidas mediante esta situación?

I. Identificar ángulos congruentes, complementarios, suplementarios en diferentes contextos.
II. Determinar algebraicamente el punto medio de un segmento.
III. Identificar figuras semejantes en diferentes contextos.
IV. Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas en diferentes contextos.
V. Encontrar la distancia entre dos puntos en el plano cartesiano, aplicando el teorema de Pitágoras.

a) Solo la IV
Hay más de una posibilidad.

b) Solo la IV y la V
Opción correcta.

c) Solo la III, IV y V
No hay semejanza involucrada.

d) Las cinco
No hay trabajo con ángulos.

Retroalimentación general:

Al realizar una figura que describa la situación se observa que el problema puede ser resuelto utilizando dos veces el teorema de Pitágoras, de modo que la IV puede introducirse con este problema. También puede utilizarse coordenadas, si bien estas no simplifican, en este caso, el trabajo para encontrar la solución, puede servir para identificar distancias mediante el uso de coordenadas (V). No hay semejanza ni necesidad de identificar relaciones entre ángulos. La fuente no está en el punto medio y aunque hay una estrategia de resolución que involucra este punto, ésta no es muy natural y difícilmente podría servir entonces para introducir esto, menos de forma algebraica.

Figura 4. Cursos bimodales 2013: Ejemplo de autoevaluación en el módulo René Descartes y la geometría analítica. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 a).

En el ejemplo se conecta explícitamente una situación histórica (no necesariamente la misma considerada en extenso en la unidad didáctica) con los conocimientos y habilidades del programa de estudios que se busca desarrollar y con la acción del docente. La retroalimentación pretende añadir dimensiones de apoyo al docente en todos los aspectos del curso de capacitación. Un esquema similar se adopta en todos los módulos.

Estas prácticas de autoevaluación y exámenes se realizan en la plataforma Moodle.

7. Uso de tecnologías en los cursos bimodales

La estrategia a seguir con respecto a los cursos bimodales obliga a tomar en consideración las dos etapas en que se desarrollan (una para docentes líderes y otra para poblaciones muy grandes de docentes), pues el curso debe ser esencialmente el mismo. Al pensar en los cursos masivos se debe considerar que existen contextos

muy disímiles en el país, con condiciones impredecibles en cuanto al acceso a equipos informáticos o conexión a Internet, o bien a la disponibilidad de soportes técnicos y docentes, de aulas o espacios donde realizarlos, del personal de apoyo en las instituciones educativas, etc.

Por otra parte, el propósito central no es el dominio de una tecnología en sí misma sino su utilización en el contexto de la acción de aula, es decir es un fin eminentemente pedagógico. No obstante, los docentes deben aprender los aspectos técnicos propiamente de la tecnología involucrada.

Para responder a ambas condiciones, la estrategia seguida ha sido la construcción de módulos compuestos por (i) unidades didácticas sobre uso de tecnologías (finalidad pedagógica) y (ii) unidades virtuales de aprendizaje (UVA). Las primeras son documentos en formato PDF descargables de una plataforma Moodle que los docentes estudian independientemente; igualmente poseen prácticas de autoevaluación y exámenes (con un valor en la evaluación del curso) que se desarrollan en línea. Las UVA deben ser desarrolladas enteramente en línea, y su objetivo es proporcionar los conocimientos y las destrezas tecnológicas necesarias para poder realizar el estudio de la unidad didáctica. Existe una absoluta correspondencia entre lo que se capacita en la UVA y las necesidades tecnológicas presentes en la unidad didáctica. Las UVA también tienen acciones de autoevaluación y de examen aunque menores, sólo que se desarrollan conforme se avanza en el minicurso virtual.

Con Hernández (2003): "se pretende construir un ambiente virtual donde exista interacción, sincrónica y asincrónica, a través de un sistema de administración de aprendizaje (LMS por sus siglas en inglés Learning Management System). (…) Para esto se escogió como LMS a la plataforma Moodle, la cual es de distribución libre." (https://moodle.org).

Moodle permite:

> (…) importar paquetes SCORM, y técnicamente las UVA son paquetes SCORM (Sharable Content Object Reference Model), o Modelo de Referencia de Objetos de Contenido Compartibles. Se determinó que las UVA fueran paquetes SCORM debido a que este modelo presenta facilidades para el usuario con respecto a la accesibilidad a los contenidos y elementos multimediales. También, un aspecto muy importante es la adaptabilidad, ya que se pueden variar ciertos parámetros de acuerdo a las necesidades de los usuarios y requerimientos del curso. Además es reusable y replicable, lo cual es trascendental en este modelo de capacitación bimodal que se extiende a diferentes grupos en diversas regiones del país. (Hernández, 2013).

Esto es significativo porque el estándar SCORM permite al curso importar los resultados de las evaluaciones que se realizan en las UVA e integrarlas con aquellas derivadas de las unidades didácticas.

Conjuntamente: "Para la elaboración de las UVA, se utilizó la herramienta eXe-learning como editor, para luego exportar el recurso como paquete SCORM 1.2." (Hernández, 2013).

La unidad didáctica de uso de tecnología contiene las mismas secciones que las unidades en el uso de historia.

En lo que sigue se muestra el problema planteado en uno de los módulos de uso de software de geometría dinámica para que se pueda apreciar su naturaleza.

Problema

La siguiente imagen es una fotografía de dimensiones 11,5cm × 7,4cm, que corresponde a un terreno en la Esmeralda de Turrialba en Cartago. El mismo está limitado por un camino que lo rodea.



Imagen tomada de Google Map 2013

En él se quiere crear un parque ecológico que ofrezca a sus visitantes una experiencia interactiva con la flora y fauna de Costa Rica. La idea es que el parque cuente con una serie de senderos que permitan apreciar tres tipos de bosques tropicales (Lluvioso, Pre-Montano y Seco). Para el riego diferenciado de estos bosques[1] se necesita ubicar tres tomas de agua representadas en la fotografía por los puntos R, T y H.

1. *Emplear un software de geometría dinámica para "construir" un amplificador[2] de fotografías en donde se indique la escala con respecto a la imagen original.*

2. *Sabiendo que la escala de la fotografía es aproximadamente 1:4000 con respecto al terreno real, utilice el amplificador para elaborar un plano del terreno de tal forma que 1cm equivalga a 10m. Posteriormente, responda las siguientes preguntas:*

a. *La ubicación exacta de los puntos R, T y H en el plano es de suma importancia, explique ¿cómo haría para colocarlos?*
b. *Indique a qué distancia (en centímetros) estará R de T, H de R y H de T en el plano elaborado.*
c. *Explique ¿a qué distancia real (en metros) estarán la toma de agua: R de T, H de R y H de T?*

Figura 5. Cursos bimodales 2013: Problema del módulo Software de Geometría Dinámica para la Educación Secundaria. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 b).

La unidad didáctica explica con detalle la solución y realiza un análisis del problema, y por lo demás ofrece indicaciones metodológicas y sugerencias para su incorporación en la acción de aula.

Las prácticas de autoevaluación y exámenes en línea son similares a las que se aplican en los módulos de uso de historia.

En cuanto a la UVA correspondiente, que sólo puede ser desarrollada en línea por los docentes, se puede ver en las siguientes figuras la portada y algunas páginas de la unidad.

Para aumentar los elementos multimediales se incluye el uso de avatares en ciertos momentos de las unidades (*Voki*, http://www.voki.com, que es de uso gratuito).

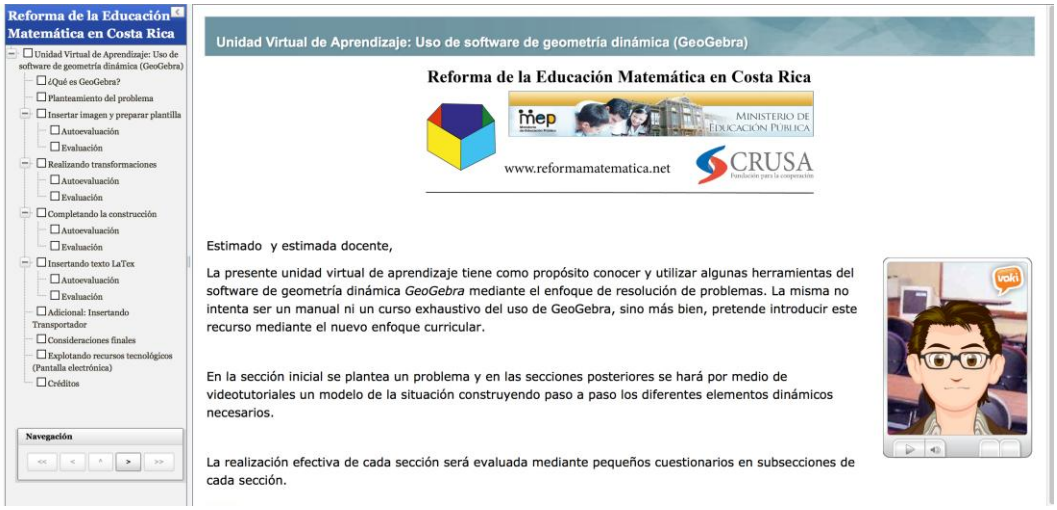


Figura 6. Cursos bimodales 2013. Página de Unidad Virtual. Portada. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 d).

El usuario recibe instrucciones para que realice un trabajo recurriendo a Geogebra, los procedimientos en muchos casos se le explican mediante videos.



Figura 7. Cursos bimodales 2013. Página de Unidad Virtual. Página de instrucciones. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 d).

En la UVA se incluye lo que debería ser el producto esperado por la acción del docente con el software, lo que se consigna en la siguiente figura.

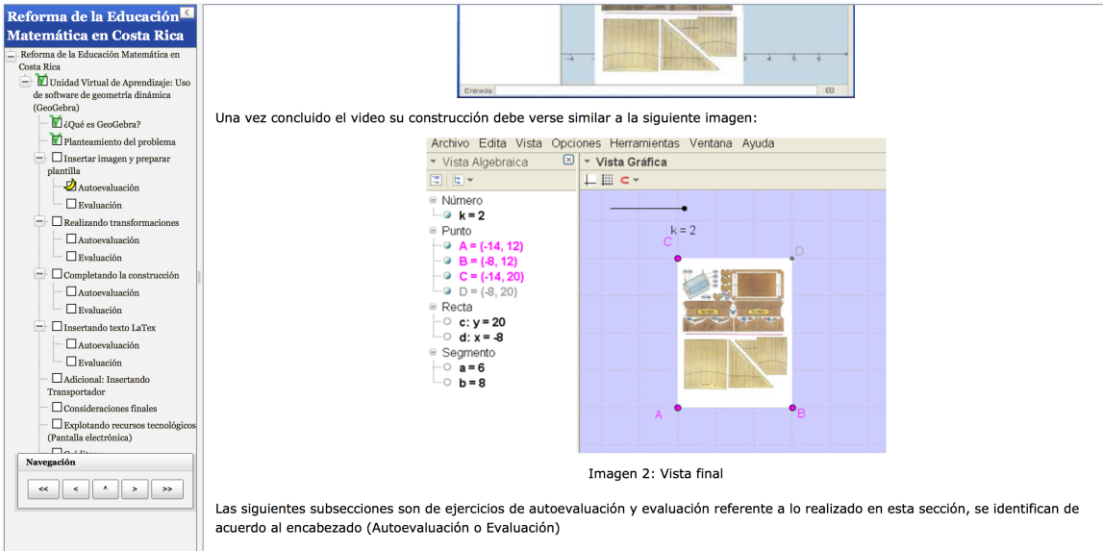


Figura 8. Cursos bimodales 2013. Página de Unidad Virtual. Situación esperada después de la acción docente independiente. Fuente: Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 d).

8. Cursos virtuales, planes piloto y comunidad virtual

Una segunda estrategia de capacitación que sigue el proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica es la realización de cursos enteramente virtuales que utilizan la estructura de los llamados MOOC: *Massive Open Online Courses*, que consisten en cursos basados en lecciones semanales dictadas por expertos en el tema y apoyadas con videos explicativos, foros y actividades de aprendizaje centradas en los estudiantes y las teorías del conectivismo. Dadas las nuevas perspectivas a nivel mundial para la formación en línea, las experiencias en e-learning logradas en Costa Rica (Ramírez, 2013a) y las necesidades de capacitación de los profesores en servicio sobre los nuevos programas de Matemáticas, este modelo permite implementar cursos de forma ágil, escalable y acorde a las necesidades de la población destino.[4]

Como señala Ramírez Vega (2013b): "Este planteamiento consiste en el diseño e implementación de un conjunto de cursos de capacitación para docentes de matemáticas bajo la modalidad de MOOC, utilizando la plataforma *Class2go* desarrollada por la Universidad de Stanford." (Pp. 1-2)

Es interesante mencionar por qué se decidió usar *Class2go*:

[4] Con Ramírez (2013b):

> El primer MOOC consistió en un curso impartido por George Semens y Steven Downes en 2008 mientras desarrollaban la tesis del conectivismo. Lo cual resultó en un esfuerzo que posteriormente fue denominado MOOC por Dave Cormier y Brian Alexander (Downes, 2012). En 2010 dos profesores de la Universidad de Stanford abrieron un curso en esta modalidad sobre Inteligencia Artificial, el cual contó con una gran demanda con más de 100 000 estudiantes de 200 países alrededor del mundo; posteriormente esta iniciativa ofreció otros cursos universitarios bajo el nombre de *Udacity*. Por su parte, otros profesores de la misma universidad crearon la plataforma denominada *Coursera* en octubre de 2011, iniciando con dos cursos del área de computación, hasta lograr expandirse a 120 cursos a finales del 2012 y con más de 1.2 millones de estudiantes matriculados en estos cursos (Herman, 2012). Paralelo a estas iniciativas han surgido otras que han permitido satisfacer la demanda de este tipo de cursos a nivel mundial (eduX, Miríada X, Khan Academy, entre otras).

> "(…) *Class2go* (…) presenta muchas de las ventajas (…) como soporte de videos alojados en *Youtube*, interfaz sencilla para creación de cursos, progreso de los estudiantes, asignación de actividades, etc. Además, esta plataforma posee una documentación completa sobre su instalación, funcionamiento de módulos y directrices para los instructores de los cursos. Recientemente, los desarrolladores de esta plataforma en conjunto con el grupo de *edX*, se encuentran trabajando en la mejora de *Class2go*, la cual esperan lanzar para finales de julio del 2013." (Ramírez Vega, 2013b).

Otras plataformas fueron descartadas: *CourseBuilder* (de Google) por limitaciones en cuanto al tamaño de archivos y gráficos web gratuitos, *OpenMOOC* (con apoyo de la UNED de España y el Centro Superior para la Enseñanza Virtual) por estar en fase de desarrollo y prueba.

Esta estrategia virtual, en Costa Rica: "Sería una primer experiencia de cursos MOOC a nivel centroamericano diseñados exclusivamente para la capacitación de docentes de matemáticas." (Ramírez Vega, 2013b, p. 2). Y una de las primeras en el mundo.

El proyecto ha aprovechado la plataforma Moodle para coordinar el desarrollo de los planes piloto. En esencia, este medio permite que los docentes realicen sus preguntas y expresen sus opiniones en los foros que posee la plataforma, tengan acceso a los documentos que guían el piloto y accesen los instrumentos de percepción que se requiere. Todo esto ordena y simplifica el desarrollo de los planes.

Una comunidad virtual de Educación Matemática se ha escogido para brindar identidad a los reformadores, presentar toda la documentación acerca de las diversas acciones que se llevan a acabo en el país y dar espacios para la interacción docente. La plataforma empleada es *Drupal* (http://drupal.org), que ofrece todas las prestaciones técnicas necesarias para este proyecto. La comunidad incluye los programas y el plan de transición, conecta con los planes piloto, cursos bimodales y todas las actividades que realiza el proyecto. Véase la figura siguiente.



Figura 9. Página inicial del portal de la Comunidad Virtual de Educación Matemática. Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, Proyecto de Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013 c).

La comunidad enlaza con páginas especiales en Facebook, Twitter y Google.

Conclusión

Dentro del escenario de la reforma de Costa Rica, el uso de la historia y de las tecnologías ocupa un papel fundamental. En primer lugar porque se han definido como ejes curriculares, en segundo porque ocupan espacios en los procesos de capacitación docente que se han dado en el país.

En lo que se refiere a la historia, si bien se ofrecen diversas opciones de uso, se privilegia acudir a situaciones históricas para utilizar las Matemáticas contenidas en ellas con un tratamiento de cierta profundidad que permita extraer la construcción de aprendizajes en el aula (contenidos y habilidades esperadas). El sentido del uso de historia si bien pretende crear dentro de los estudiantes una perspectiva sobre la disciplina, está vigorosamente influido por objetivos pedagógicos precisos asociados al nuevo currículo de Matemáticas aprobado en el 2012.

En cuanto a la tecnología, su introducción busca establecer puentes con la realidad de las nuevas generaciones, condicionada en gran medida por la presencia cada vez mayor de la tecnología, algo que resulta esencial en la acción de aula. Pero también es oportuno redimensionar varios de los tópicos escolares que con tecnología se pueden apreciar de otra manera y encontrar significados distintos (semejanzas y congruencias por medio de homotecias, visualización de objetos del espacio que se mueven, el impacto de cambios de parámetros en la visualización de funciones cuadráticas, etc.). Ahora es factible analizar su papel en la construcción de modelos matemáticos y renovar el significado de la resolución de problemas.

La tecnología de la comunicación (Internet) abre oportunidades valiosas para el trabajo de aula, y a la vez es un instrumento privilegiado para poder desarrollar capacitaciones masivas y mantener cierto control de la calidad y fidelidad de las mismas a los planteamientos de la reforma. De igual forma, el uso de tecnología obedece a los ritmos intensos de estos procesos de capacitación, pues los reformadores de Costa Rica quieren llegar a un punto de "no retorno" que impida el retroceso de la reforma, con el fin de que pueda materializarse independientemente de cambios gubernamentales o de nuevos escenarios sociales. Al mismo tiempo, esta innovadora estrategia para la capacitación en usos de tecnología, que incluye unidades didácticas y unidades virtuales de aprendizaje, responde a un contexto en que no se puede asegurar la existencia de las condiciones apropiadas de infraestructura y apoyo logístico para una capacitación en todo el país (se enfatiza el uso de Internet). Asimismo resulta novedoso identificar en los MOOC un potencial para propósitos de capacitación docente y para avanzar en nuevas estrategias de educación virtual. La comunidad virtual favorece el propósito de brindar información y recursos pedagógicos, creando una identidad para los educadores que asumen como suya esta reforma tan profunda. Todos estos usos poseen una poderosa sinergia.

El proyecto reformador que se ha desarrollado en Costa Rica asume que esta utilización intensiva de la tecnología constituye una vía para potenciar la reforma curricular, permitiendo interactuar con poblaciones más amplias (aumentando el impacto de las acciones), trabajando de una manera más flexible y eficiente que prescinde de muchas limitaciones que impone la distancia física, construyendo objetos de capacitación que son escalables y evaluables de una forma precisa y sobretodo colocándose en las perspectivas dominantes del escenario que vive el planeta. Esto va moldeando una cultura del uso de tecnología en la Educación nacional.

Tanto en el uso de la historia como de las tecnologías se muestra la *perspectiva de la praxis,* que tiene como designio generar dentro de un país en vías de desarrollo diversos instrumentos formativos y materiales educativos, establecidos *desde un inicio* para lograr propósitos en la acción de aula.

Agradecimientos

Al proyecto *Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica*.
Proyecto del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica, con el apoyo de la *Fundación para la Cooperación Costa Rica - Estados Unidos de Norteamérica* CRUSA, y la administración financiera de la *Fundación Omar Dengo* de Costa Rica. URL del proyecto: http://www.reformamatematica.net.

A Julián Ruiz Blais, por la edición filológica.

Bibliografía y referencias

Barber, M. & Mourshed, M. (2007). How the World's Best-Performing School Systems Come Out On Top, McKinsey & Company, Social Sector Office. http://www.mckinsey.com/clientservice/social_sector/our_practices/education/knowledge_highlights/best_performing_school.aspx

Brousseau, G. (1998). *Theory of Didactical Situations in Mathematics.*Dordrecht, The Nedherlands: Kluwer.

Downes, S. (2012). Connectivism and Connective Knowledge: essays on meaning and learning networks. *National Research Council Canada, http://www.downes.ca/files/books/Connective_Knowledge-19May2012.pdf*. Citado por Ramírez Vega (2013b).

Hernández, L. (2013). UVA: Unidades Virtuales de Aprendizaje. Manuscrito sin publicar. Costa Rica.

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2013). Página web oficial. http://www.mep.go.cr/CSE/informacion.aspx

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). *Programas de Estudio Matemáticas. Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013a). *René Descartes y la Geometría Analítica*. San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013b). *Software de geometría dinámica para Educación Secundaria.* San José, Costa Rica: autor.

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013c). *Comunidad virtual de Educación Matemática* (sitio web). Enlace: http://www.reformamatematica.net.

Ministerio de Educación Pública, Proyecto Reforma de la Educación Matemática en Costa Rica (2013d). *Unidad virtual de aprendizaje: El uso de software de geometría dinámica en la educación primaria*. Costa Rica: autor.

Morales, Y. & Poveda, R. (2013). Plataforma educativa nacional para la formación continua de docentes de Matemáticas en Costa Rica. Manuscrito sin publicar. Costa Rica.

National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: autor.

OECD. (2003). *The PISA 2003 assessment framework – mathematics, reading, science and problem solving knowledge and skills.* Paris: OECD.

OECD. (2006). *Assessing scientific, reading and mathematical literacy a framework for PISA 2006.* París: autor.

OECD (2010a). *PISA 2012 Mathematics framework*. Recuperado de http://www.oecd.org/dataoecd/8/38/46961598.pdf el 6 de marzo del 2012.

OECD. (2010b). *Pisa 2009 results: What Students Know and Can Do – student performance in reading, mathematics and science* [Vol. I]. Recuperado de http://www.oecd.org/pisa/pisaproducts/48852548.pdf.

Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht, The Nedherlands: Reidel.

Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht, The Nedherlands: Reidel.

Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*, Dordrecht: Kluwer Academic Publ.

Herman, R. L. (2012). The MOOCs Are Coming. *The Journal of Effective Teaching*, *12*(2), 1–3. Citado por Ramírez Vega en (2013b).

Ramírez Vega, A. (2013a). *Diseño, desarrollo e implementación del curso MA-1404 Cálculo para estudiantes del TEC mediante estrategias de e-learning* (Tesis de Licenciatura en Enseñanza de la Matemática asistida por computadora). Instituto Tecnológico de Costa Rica, Costa Rica.

Ramírez Vega, A. (2013b). MOOCs para la capacitación de docentes en los nuevos Programas de Matemática. Manuscrito sin publicar. Costa Rica.

Rico, L. & Lupiáñez, J. (2008). *Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular*. Madrid, España: Alianza Editorial.

Ruiz, A. (1987). Fundamentos para una nueva actitud en la enseñanza moderna de las Matemáticas Elementales. *Boletín de la Sociedade paranaense de matemática.* Vol. VIII(1), Junio, Curitiba, Brasil.

Ruiz, A. (1990). Matemáticas: una reconstrucción histórico-filosófica para una nueva enseñanza. Publicado en UNESCO. *Educación Matemática en las Américas VII (Actas de la VII Conferencia Interamericana de Educación Matemática*, celebrada en República Dominicana, 12-16 julio 1987). Republicado en *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*. N. 7. Julio 2011. Costa Rica.

Ruiz, A. (1992). Las matemáticas modernas en las Américas, Filosofía de una Reforma, *Educación matemática* (*Revista Iberoamericana de Educación Matemática*): Vol. 4, No. 1, Vol. 4, No. 1, abril 1992, México.

Ruiz, A. (2000). *El desafío de las Matemáticas*. Heredia, Costa Rica: EUNA.

Ruiz, A. (2006). *Universalización de la Educación Secundaria y Reforma Educativa*, San José, Costa Rica: EUCR-CONARE.

Ruiz, A. (2011). La lección de matemáticas a través de estudios internacionales con videos. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *8*, Recuperado de http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6950/6636.

Shimizu, Y. (2007). What are the characteristics of Japanese Lessons Emerged by the International Comparisons? En Isoda, M; Stephens, M.; Ohara, Y. & Miyakawa, T. *Japanese Lesson Study in Mathematics*, Singapore: World Publishing Co.