GGBOOK: UMA PLATAFORMA QUE INTEGRA O SOFTWARE DE GEOMETRIA DINÂMICA GEOGEBRA COM AMBIENTES DE TEXTO

Jorge Cássio Costa Nóbriga

Universidade de Brasília-UnB e Faculdade Jesus Maria José-FAJESU

jcassio@gmail.com

Gilberto Lacerda Santos

Universidade de Brasília

gilberto.lacerda.santos@gmail.com

Bruno Santos Ferreira

Universidade de Brasília e MEC

brunosfweb@gmail.com

Luís Cláudio Lopes de Araújo

UniCEUB – Centro Universitário de Brasília

luisclaudio.mat@gmail.com

Renan de Lima

MEC

renandelima@gmail.com

In this paper, we present the design development GGBOOK. It is a platform which integrates GeoGebra with textual environments to get the functionality of a digital and dynamic mathbook. To support the development we use the theory of semiotic representations and model prototipation. Although we have not yet done experiments with students and teachers, the early tests indicate that the platform can bring various contributions, particularly that concerning the possibilities of interaction and mediation. Specifically speaking, through the platform GGBOOK, the teacher can create activities for students within their own environment, integrating different representations (written, geometric, algebraic) dynamically, without the need for handouts or books to share. In addition, students will develop the activities within the platform, providing access conditions to the teacher to evaluate and give feedbacks.

Keywords:GGBook, GeoGebra, Representações Semióticas

INTRODUÇÃO

O foco maior das pesquisas em Educação Matemática está relacionado com o processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Muito se tem pesquisado a respeito das dificuldades de tal

processo. Estudam-se as possíveis causas e propõem-se alternativas de soluções. Para isso, a pesquisa em tal área faz uso também de conhecimentos de outras áreas como a psicologia, filosofia, sociologia e informática. Dentre os teóricos da psicologia, um que vem servindo de base para várias pesquisas em Educação Matemática é Raymond Duval. Seus estudos tratam da teoria das representações semióticas, mostrando como ela pode ajudar a compreender como ocorre a aprendizagem matemática e propor métodos e recursos para o processo de ensino e aprendizagem.

Alguns desses recursos são os softwares educativos, onde se destacam os de Geometria Dinâmica. Tais softwares integram diversas possibilidades de contribuições num mesmo ambiente: interação, construção, visualização, múltiplos registros de representação, etc. Por outro lado, apesar da teoria e do uso dos softwares de matemática estar sendo explorados há mais de 30 anos quando os primeiros softwares de geometria dinâmica foram criados, os problemas relacionados com o processo de ensino e aprendizagem permanecem. Várias pesquisas da área também investigam os motivos. Muitas delas destacam o despreparo do professor para o uso de tais recursos. Apesar de serem softwares de uso relativamente simples, é importante que professor saiba preparar situações de uso. Para isso, é também importante que ele crie materiais de apoio a utilização do software, que tenha acesso ao trabalho do estudante e possa dar *feedbacks*. Os atuais softwares de geometria dinâmica não possuem recursos que facilitam a criação de atividades dentro do próprio programa: atividades com orientações de manipulação, questionamentos e que o estudante possa responder a questionamentos dentro do próprio programa. Assim, nesse texto, apresentaremos o desenvolvimento da plataforma GGBOOK, mostrando como tal recurso pode auxiliar a minimizar tais limites e apresentando as teorias que fundamentam seu desenvolvimento, seus requisitos e suas potencialidades. O projeto de pesquisa e desenvolvimento da Plataforma GGBook recebeu apoios financeiros do Consórcio Euromime (Comunidade Européia) e do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

TEORIA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DE DUVAL

Poderíamos dizer que um primeiro "postulado" de Duval é que não se pode ter compreensão em matemática se nós não distinguirmos um objeto de sua representação (DUVAL, 2009). De acordo com ele a noção de representação pode ser vista como a forma de uma informação ser constituída, como uma "codificação da informação".

> [...] A especificidade das representações semióticas consiste em serem relativas a um sistema particular de signos, a linguagem, a escritura algébrica ou os gráficos cartesianos, e em poderem ser convertidas em representações "equivalentes" em outro sistema semiótico, mas podendo tomar significações diferentes para o sujeito que as utiliza. A noção de representação semiótica pressupõe, então, a consideração de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico para um outro. Essa operação tem sido primeiramente descrita como uma "mudança de forma" (DUVAL, 2009, p. 32).

Podemos exemplificar isso com a situação em que um estudante precisa resolver um exercício em que dado um gráfico de uma função representado em um sistema cartesiano ortogonal, tenha que escrever sua respectiva lei de formação da função. O mesmo autor diz que fazer uso de diversas formas de representar um mesmo objeto, além da língua materna ou das imagens, tais como tabelas, gráficos, símbolos, diagramas, escritas algébricas, esquemas, são atividades cognitivas necessárias para a aprendizagem em matemática. A distinção entre objeto e sua representação é difícil e gera um problema comum no processo de aprendizagem e ensino da matemática. É fato que a representação não define o objeto. Então o que define? As propriedades? As relações entre as representações? Tentemos responder essas questões através do estudo das funções. Para que haja compreensão do conceito é necessário que o estudante conheça as diferentes

representações, as relações entre suas representações, suas condições de existência e saiba aplicar tal conhecimento em outros contextos.

É importante que o uso da pluralidade potencial das diversas formas de representações semióticas não seja confundido com o objeto em questão, possibilitando uma aprendizagem conceitual. Duval (2009, p. 14) afirma que: "toda confusão entre o objeto e sua representação provoca, com o decorrer do tempo, uma perda de compreensão". Caso isso aconteça, essas representações semióticas dos objetos matemáticos seriam secundárias e extrínsecas, pois os conhecimentos tornam-se rapidamente esquecidos fora do contexto de aprendizagem.

Duval (2009) define as representações mentais como o conjunto de imagens e conceitos que um indivíduo pode ter sobre o objeto. Essas representações mentais estão interligadas com as representações semióticas, como um meio de comunicação para o indivíduo exteriorizar, tornando-se visíveis e acessíveis com o meio exterior. Dreyfus (1991) também afirma isso, mas com outras palavras. Ele não usa o termo "representações semióticas". Aqui cabe questionarmos sobre as reais possibilidades das representações exteriorizarem as representações mentais: Como as representações semióticas poderiam de fato exteriorizar as representações mentais? Existem instrumentos que permitem de fato fazer tais representações? Para responder tais questões, primeiramente deveríamos nos questionar se as representações mentais são estáticas. Tudo indica que as representações mentais são dinâmicas, com movimento e conexões. Como fazer tais representações semióticas com papel e lápis (instrumentos que produzem representações estáticas)? As representações com tais instrumentos não dificultariam a percepção das relações entre as representações?

Para poder compreender como a exteriorização das representações mentais pode acontecer por meio das representações semióticas é necessário entender alguns conceitos iniciais. Entre eles, a *semiósis* e *noésis*. *Semiósis* é a apreensão ou a produção de uma representação semiótica. A *noésis* são os atos cognitivos como apreensão conceitual de um objeto, a discriminação de uma diferença ou a compreensão de uma inferência. Assim, pareceria então evidente admitir que a *noésis* é independente da *semiósis* ou, ao menos, a dirige. Todavia, de acordo com Duval (2009), para que ocorra a aprendizagem da matemática as representações semióticas não são apenas imprescindíveis para a comunicação, mas também nos procedimentos para efetuar os tratamentos sobre os objetos matemáticos. Ou seja, o uso das representações semióticas é importante também para que o estudante possa compreender o objeto, pois o tratamento é completado pelas representações semióticas e não pelas representações mentais. Por exemplo, no caso dos procedimentos de cálculos numéricos é necessário o uso de um sistema de escrita: decimal, fracionária, entre outras. A partir das considerações de Duval, poderíamos inferir que sem a representação semiótica, o estudante ficaria impossibilitado de compreender o objeto? Se levarmos em consideração que para compreender é necessário fazer tratamento entre os objetos matemáticos e que tal tratamento depende das representações semióticas, então poderíamos responder sim ao questionamento. Para confirmar ainda mais a dependência da *noésis* em relação a *semiósis* basta constatarmos que o conhecimento progride sempre acompanhado da criação e desenvolvimento de sistemas semióticos. No mínimo, todos hão de convir que a representação é necessária para poder evidenciar a compreensão. Todavia, a representação apenas não basta para que haja a compreensão: a *semiósis* não implica somente uma variedade de sistemas semióticos, mas também a possibilidade de colocá-los em correspondência (BEVENISTES 1974, citado por DUVAL, 2009, p. 36).

As mudanças nas formas de uma representação revelam ser para muitos alunos nos diferentes níveis de ensino, muitas vezes, um processo difícil e até mesmo impossível. Como se a compreensão de um conteúdo ficasse limitada à forma de representação. Duval (2009) cita estudos de Schoenfeld (1986) em que tal constatação é evidenciada e ocorre a "compartimentalização inapropriada", pois os estudantes não fizeram conexões entre domínios e sistema de símbolos de conhecimentos adquiridos. Para solucionar tal problema, propõe-se a representação do conteú-

do considerando a *noésis* dependente da *semiósis*. Isso diminuiria a dificuldade da conversão e provocaria uma reflexão no papel da *semiósis* no funcionamento do pensamento, suscitando a questão de diferenciar o representante do representado, nas representações semióticas.

O modo como o funcionamento do pensamento e de como o conhecimento se desenvolve está na variedade dos tipos de signos que podem ser utilizados e não no emprego deste ou daquele tipo de signo. Desse modo, Duval (2009) afirma que os sistemas semióticos devem permitir três atividades cognitivas inerentes a toda representação. Para exemplificar, voltemos ao estudo das funções. Em geral, tal estudo necessita das seguintes atividades cognitivas: mudança de registro da língua natural para o registro algébrico em tabelas, mudança de registro da língua natural para o registro algébrico e explicitação do gráfico da função em um mesmo sistema de eixos cartesianos de forma que se favoreçam outras representações, construindo uma relação de comparação com as representações iniciais e estabelecendo relações entre as representações.

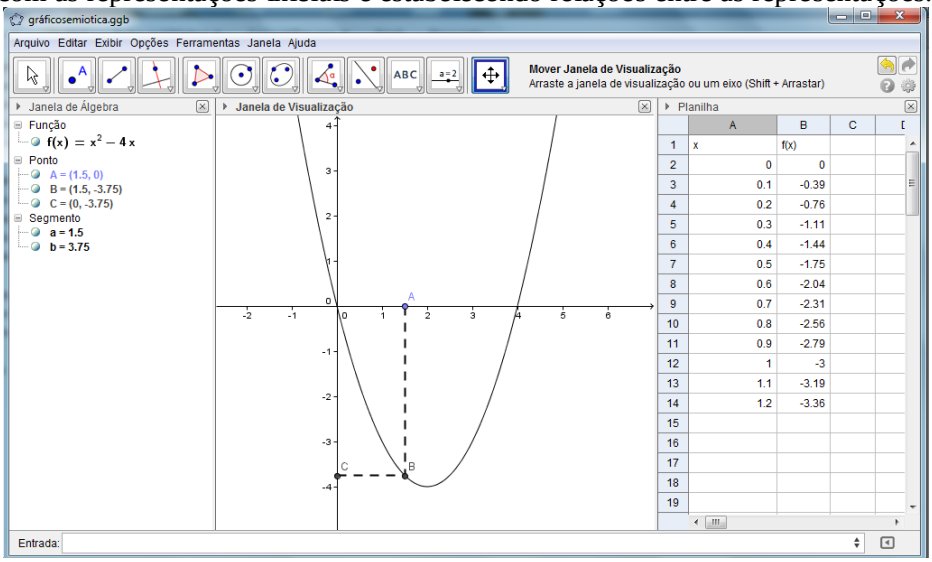


Figura 1: Função Quadrática com 3 registros de representação semiótica

Assim, converter as representações produzidas em um sistema de representações de outro sistema, de tal maneira que estas últimas permitam explicar outras significações relativas ao que é representado. São exemplos de registros de representação semiótica que permitem tais atividades a linguagem natural, as línguas simbólicas, gráficos, as figuras geométricas, etc. Há também as representações na comunicação videográfica que é a comunicação mediada preponderantemente pela imagem (figuras, vídeo, construções dinâmicas apresentadas na tela do computador). Aqui vale a pena retornar nossa questão anterior: Quais instrumentos permitem tais representações? Os estudantes possuem as habilidades necessárias para explicitar suas representações mentais? Consigo visualizar um círculo, mas não consigo representá-lo. E se o círculo estiver com movimento? Como representá-lo?

Tais registros constituem os graus de liberdade de que um sujeito pode dispor para objetivar a si próprio uma ideia ainda confusa, um sentimento latente, para explorar informações ou simplesmente para poder comunicá-las a um interlocutor. A questão da relação entre *semiósis* e *noésis* concerne somente aos sistemas que permitem essas três atividades de representação e não a todos os sistemas semióticos (DUVAL, 2009, p. 37). Porém, ainda há obstáculos relacionados com três fenômenos que parecem intimamente ligados:

1) A diversificação dos registros de representação semiótica em que a linguagem natural e as línguas simbólicas não podem ser consideradas como partes integrantes de um mesmo registro, assim como, os esquemas, figuras geométricas, os gráficos cartesianos ou as tabelas, pois são sistemas de

representação diferentes entre si e que possuem questões de aprendizagens específicas.

2) A diferenciação entre o representante e o representado ou ainda entre forma e conteúdo de uma representação semiótica, na qual essa diferenciação está ligada ao fato da compreensão do que uma representação concebe e a possibilidade de relacioná-la a outras representações e integrá-las nos procedimentos de tratamento.

3) A coordenação entre os diferentes registros de representação semiótica disponíveis: o conhecimento da correspondência entre as regras de dois sistemas semióticos não é suficiente para que eles possam ser mobilizados e utilizados juntos. Assim, não basta conhecer para interligar. A grande dificuldade na coordenação desses registros está relacionada com a importância dos fenômenos de não congruência entre as representações produzidas em sistemas diferentes que explicaremos mais adiante.

Para o estudo das aprendizagens intelectuais fundamentais devem ser considerados esses três fenômenos relativos à *semiósis* e a operação de conversão que vem do processo cognitivo do indivíduo. Anteriormente foi dito que não basta conhecer para interligar. O que é necessário então? Nos sujeitos, uma representação pode verdadeiramente funcionar como representação, dar-lhes acesso ao objeto representado apenas quando duas condições são preenchidas: que eles disponham de ao menos dois sistemas semióticos diferentes para produzir a representação de um objeto, de uma situação, de um processo [...] e que eles possam converter "espontaneamente" de um sistema semiótico a outro, mesmo sem perceber as representações produzidas (DUVAL, 2009, p.38). E se tais condições não são satisfeitas, então o objeto representado é confundido com sua representação, e duas representações diferentes de um objeto não podem ser reconhecidas como a representação de um mesmo objeto.

Ao longo do texto, temos falado muito em tratamento e conversão das representações, mas o que vem a ser tais conceitos? Duval (2009) diferencia as transformações que ocorrem dentro de um mesmo registro das transformações que ocorrem de um registro para o outro. De acordo com ele, o tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas. O tratamento mobiliza apenas um registro de representação. A conversão é, ao contrário, uma transformação que se efetua ao passar de um registro a outro e isso requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua. "O estudo dessa atividade de conversão deve então apenas permitir compreender a natureza de um laço estrito entre *semiósis* e *noésis*" (DUVAL, 2009, p. 39). Por exemplo, na conversão do registro algébrico para gráfico é importante não apenas focalizar tratamentos em um mesmo sistema de registro, necessitando também enfatizar procedimentos de técnicas algébricas, e somente após o estudante dominar esses tratamentos realizar a conversão para o registro gráfico. Para isso o professor precisa priorizar, nas atividades a serem ensinadas, a conversão de diferentes registros de um mesmo objeto de forma alternada e simultânea, para que fique clara a diferença entre o objeto e sua representação. Em atividades envolvendo o estudo das funções é comum a conversão do registro algébrico para o gráfico, mas não o contrário.

Segundo o mesmo autor, ao separar as atividades de tratamento e as de conversão, é fácil notar as dificuldades suscetíveis referentes ao processo de conversão e a importância de fechamento dos registros. As questões centrais para as aprendizagens intelectuais aparecem na possibilidade de favorecer a coordenação dos registros. E esta coordenação é simplesmente a consequência da aprendizagem de um conceito. Isso responderia as questões: o que evidencia a compreensão de um conceito? A coordenação dos registros? Assim, é necessário saber quais são os princípios e condições que devem ser usados em situações de aprendizagem para promover a coordenação dos registros de representação? Sim, isso é importante. Todavia para evidenciar seria necessário

também saber generalizar e sintetizar a partir da coordenação dos registros, buscando perceber invariantes.

De acordo com Duval (2009) existem 3 atividades cognitivas inerentes à *semiósis*. A formação de representações é a primeira atividade. É uma forma de exprimir uma representação mental ou evocar um objeto real. Essa formação implica na seleção do conjunto de caracteres e determinações de um conteúdo percebido, imaginado ou já representado em função de possibilidades de representação próprias ao registro escolhido. As outras duas são a sua transformabilidade em outras representações que conservam seja todo o conteúdo da representação inicial ou uma parte desse conteúdo. Porém, a atividade cognitiva se diferencia quando a transformação se faz no interior de um mesmo registro (tratamento) ou quando se muda de registro (conversão). É evidente que para a compreensão em matemática ocorrer é importante a capacidade de mudar de registro, pois como dissemos anteriormente, o objeto não é a sua representação. Ou seja, o objeto representado não pode ser identificado com o conteúdo da representação que o torna acessível. A compreensão do objeto está mais relacionada com as relações que são estabelecidas entre os diferentes registros do que com a representação em si. Todavia para que haja a compreensão das relações é importante saber transitar entre as diferentes representações do objeto. A evolução dos conhecimentos matemáticos conduziu ao desenvolvimento e à diversificação de registros de representações, ou seja, a mudança de um registro de representação a outro não é somente mudar o modo de tratamento, mas explicar as relações ou aspectos diferentes de um mesmo objeto. Isso implica que duas representações de um mesmo objeto produzidas em dois registros, não tem de forma alguma o mesmo conteúdo (DUVAL, 2003, p. 22).

A partir das atividades de formação, tratamento e conversão, Duval (2009) sugere as tarefas de produção e compreensão. De acordo com ele, a produção de uma resposta, aquela de um texto ou de um esquema, mobiliza simultaneamente a formação de representações semióticas e seu tratamento. Já a compreensão, aquela de um texto ou de uma imagem, de uma questão mobiliza atividades de conversão e de formação ou as três atividades cognitivas.

Transitar entre as diferentes representações de um objeto não é algo simples. Esse fato foi constatado em uma pesquisa feita por Espinosa (1995) citado por Santos (2011) que ao realizar um estudo com professores de Matemática de nível médio e superior no México detectou erros ao fazer mudanças de diferentes representações, tais como: a representação do gráfico de uma função para outra (desenhos de recipientes) e vice-versa. Outro estudo relacionado sobre as dificuldades das mudanças de representações de um conceito matemático foi realizado por Kaput (1987) e chegou-se à conclusão que essas dificuldades estão relacionadas com a ideia de considerar as representações de um mesmo tipo, junto com as operações que se podem realizar por regras pré-estabelecidas, como em um sistema. Tais dificuldades estão relacionadas com os processos de tratamento e conversão que dissemos anteriormente. Mais detalhadamente, Duval (2009, p.58) diz que "converter é transformar a representação de um objeto, de uma situação ou de uma informação dada num registro em outra representação desse mesmo objeto, dessa mesma situação ou da mesma informação num outro registro". Para tal transformação, usa-se operações usualmente chamada de "tradução", "ilustração", "transposição", "interpretação", "codificação", etc. Ele diz que ilustração é "a colocação em correspondência de uma palavra, de uma frase, ou de um enunciado com uma figura ou com uma de seus elementos" (DUVAL, 2009, p. 59) e o inverso, da passagem de uma imagem a um texto, pode ser uma descrição ou interpretação. A colocação em forma de equação dos dados de um enunciado de um problema ou teorema é a conversão de diferentes expressões linguísticas de relações em outras expressões dessas relações no registro de uma escritura simbólica. Por exemplo, o teorema "Em todo triângulo a medida dos lados é proporcional ao seno dos ângulos oposto" pode ser escrito através da relação $\frac{a}{sen(A)} = \frac{b}{sen(B)} = \frac{c}{sen(C)} = 2r$ (onde a, b e c, representam as medidas dos lados do triângulo e A, B e C representam as medidas dos ângulos internos do triângulo opostos aos lados de medias a, b e c, respectivamente). Como se pode ver através desse exemplo, os elementos em

cada sistema de representação são muito diferentes. Assim, "a conversão requer que se perceba a diferença entre o que Frege chamava de sentido e a referência dos símbolos ou signos, ou entre o conteúdo de uma representação e aquilo que ela representa" (DUVAL, 2009, p. 59). Sem tal percepção a conversão torna-se impossível ou incompreensível. Por exemplo, tomemos 3 registros diferentes de representação do número: escritura decimal, escritura fracionária e escritura com potências de 10. Para poder operar com tais registros é necessário "distinguir a significação operatória fixada ao significante e o número representado" (DUVAL, 2009, p.59). Como a significação operatória é diferente para os números 0,5, $\frac{1}{2}$ e 5×10^{-1} então os procedimentos de tratamento que permitem efetuar adições com esses números também são. O problema está em como efetuar essa diferenciação.

Os resultados de pesquisas realizadas por Duval (1988) apontam dificuldades no que concerne à atividade de conversão: grande parte dos alunos do *second* não reconheceu a diferença entre uma reta que passa pela origem, daquela que não passa, e até mesmo da escrita algébrica dessas retas. De acordo com o autor, isso acontece porque o ensino privilegia apenas a aprendizagem das regras concernentes ao tratamento, e o lugar reservado à conversão das representações de um registro em outro é mínimo, ou até mesmo nulo. Essa afirmação é baseada em inúmeras observações e investigações feitas pelo autor, e os resultados apontaram que a "conversão das representações semióticas constitui a atividade cognitiva menos espontânea e mais difícil para grande maioria dos alunos" (DUVAL, 2009, p.63), e não somente a conversão, mas também a coordenação entre diferentes registros, criando dificuldades para a compreensão de conceitos, pois a coordenação de diferentes tipos de representação é condição necessária para a compreensão.

Em muitos casos, pode haver regras de conversão claras. Por exemplo, a passagem da representação algébrica para gráfica pode ser feita associando-se um ponto do plano a um par de números. Todavia, tal regra não é generalizável. Outro fator que temos que lembrar é que as regras de conversão não são as mesmas para o processo inverso. E o que fazer para superar tais dificuldades? Duval (1988) diz que é necessário dar início a uma interpretação global para perceber os diferentes valores possíveis das variáveis visuais no registro gráfico e relacioná-los com os símbolos correspondentes na representação algébrica. Ou seja, as regras de conversão são diferentes no segundo sentido, no qual a mudança de registro é efetuada. O autor defende que atividade fundamental para aprendizagem é a conversão das representações, sendo tão importante quanto às de formação e tratamento, e ao utilizar a conversão pode-se favorecer a coordenação dos registros de representações.

Das 3 atividades cognitivas relatadas anteriormente, o ensino privilegia a formação das representações semióticas e as regras concernentes ao seu tratamento. Isso é evidente quando nos registros numéricos e registros da escritura simbólica em que há aprendizagem dos algoritmos de cálculo numérico ou algébrico. As regras de tratamento relacionadas ao registro das figuras geométricas são pouco abordadas:

> As tarefas de construção de figuras solicitam somente a coordenação entre o registro discursivo (mais especificamente um emprego especializado da língua natural) e regras de formação que são sempre confundidas com os meios técnicos utilizados para a realização das figuras. Mas, sobretudo, o lugar reservado à conversão das representações de um registro em um outro é mínimo, se não nulo (DUVAL, 2009, p. 62).

Alguns motivos para isso são a inexistência de regras de conversão, uso da conversão com finalidade de economia de tratamento, entre outros. De fato, a conversão das representações semióticas não é uma atividade cognitiva espontânea e é mais difícil de adquirir para a maioria dos estudantes. Apesar disso, é comum vermos em livros de matemáticas e diversas outras áreas, diversas representações em uma mesma página: frases em língua natural, fórmulas, figuras geométricas, gráficos cartesianos, etc. Como se atividade de conversão fosse algo natural. Não só

isso. A dificuldade ou ausência de coordenação entre os diferentes registros gera dificuldades de aprendizagem. As regras de conversão não podem ser simples atos mecânicos.

Os procedimentos de tratamento e conversão não são simples. Nesse sentido é importante diversificar os registros de representação semiótica. Tal importância para o funcionamento do pensamento é justificada pelas diferenças de custo ou de limitação para a função de tratamento, por aquelas possibilidades de apresentar para a função de comunicação, que existem entre registros (DUVAL, 2009). Ou seja, um registro pode permitir efetuar certos tratamentos de uma maneira menos trabalhosa e mais eficiente que outro. Isso é evidente em procedimentos de cálculo, pois os registros de representação aritmética ou algébrica são mais eficientes que o registro na linguagem natural. Também é muito comum nos registros analógicos (figuras, esquemas, diagramas, etc) que podem permitir a representação da totalidade das relações entre os elementos, que constituem um objeto ou situação.

Duval (2009) chama de compreensão integrativa de uma representação que supõe a coordenação de pelo menos dois registros. Com tal modelo podemos analisar a produção de conhecimento a partir de dois planos. Uma parte de conhecimentos construídos a partir da formação e tratamento das representações semióticas e outra parte aquele funcionamento cognitivo que permite essa construção. A construção de conhecimentos produzidos em apenas um quadro elementar de execução de tarefas (respostas a questões, resumo) pode se restringir a apenas um registro de representação. Isso pode levar a confusão entre representante e representado. Saber reproduzir ou perceber uma representação não significa que se sabe diferenciar representante e representado:

> Fazer efetuar essa discriminação parece muito fácil quando o representado é um objeto que pode ser mostrado fora de toda representação, como é o caso de tudo o que se revele de uma experiência perceptiva na qual o objeto pode ser visto, apontado, tocado e manipulado. Mas a situação muda quando não se existe acesso intuitivo direto ao próprio objeto (DUVAL, 2009, p.90)

Nesse sentido é importante dispor de diversos registros de representação semioticamente heterogêneos e, além disso, saber coordená-los, porque toda representação é cognitivamente parcial quanto ao que ela representa. Assim, todas as figuras e, de maneira geral, todas as representações analógicas somente podem representar estados, configurações ou transformações e para representar operações é preciso um registro que tenha as propriedades de uma linguagem, língua natural ou álgebra. Duval (2009) alerta que um indivíduo que saiba coordenar bem os registros pode até se ater às representações de apenas um registro. Todavia, ele provavelmente dispõe de representações que se destacam de outros registros e que ficam associadas de maneira latente as que ele utiliza.

O ensino que privilegia a forma de compreensão via uso de apenas um registro gera dificuldades nas transferências, ou seja, quando se sai do contexto em que se fez a aprendizagem, a maior parte das pessoas se revela incapaz de mobilizar os conhecimentos que sabem. Assim, é necessária uma aprendizagem centrada sobre a conversão de representações e efetuada fora das tarefas de tratamento. Porém, não basta oferecer algumas tarefas que solicitem conversão dos registros.

A conversão das representações requer a identificação das unidades significantes nos registros de saída e chegada. Todavia a discriminação dessas unidades significantes faz falta. Assim, a discriminação das unidades significantes é condição necessária para toda atividade de conversão e para o desenvolvimento dos registros de representação. Tais unidades que compõem a representação (enunciado, fórmula ou um texto) não aparecem separada e independente umas das outras. Duval (2009, p.101) diz que "a discriminação das unidades significantes de uma representação, e então a possibilidade de uma apreensão daquilo que ela representa, depende da variação de um campo de variações possíveis relativamente à significância num registro". Dessa forma, o ensino deve "possibilitar a exploração de todas as variações possíveis de uma

representação num registro fazendo prever, ou observar, as variações concomitantes de representação em outro registro" (p.101). Isso pode ser relativamente fácil quando queremos coordenar as representações gráficas cartesianas e a escritura algébrica das relações. Tais registros têm natureza diferente, ou seja, as unidades significantes do registro gráfico cartesiano não são separáveis, pois são integradas numa só forma percebida, enquanto as da escritura algébrica são discretas. Por exemplo, no caso da representação gráfica de retas, a exploração de variações sistemáticas próprias a um registro, as unidades significantes são determinadas por 8 valores visuais correpondendo a associação de três variáveis visuais pertinentes (não separáveis): o sentido de inclinação da reta, a posição de sua intersecção com o eixo das ordenadas, ou a sua posição no que concerne a uma divisão simétrica de dois quadrantes opostos. Para fazer discriminar todos esses valores visuais, é preciso fazer variar uma das três variáveis visuais pertinentes mantendo constantes os valores das outras duas. A cada uma dos valores qualitativos dessas três variáveis corresponde uma variação na escritura da equação da reta (DUVAL, 2009). Em tal trabalho de exploração e obervação não há a necessidade de cálculos.

Ao longo deste tópico vários conceitos foram abordados. Conceitos que estão relacionados com condições para a aprendizagem e compreensão da matemática. Muitas questões foram levantadas, algumas respondidas e outras não (talvez por ainda não terem respostas). Para finalizar, retornemos ao que Duval (2009, p. 101) disse sobre a necessidade de se "possibilitar a exploração de todas as variações possíveis de uma representação num registro fazendo prever, ou observar, as variações concomitantes de representação em outro registro". Como possibilitar isso? Quais instrumentos possibilitariam uma exploração que permita prever ou observar as variações concomitantes de representação em outro registro? Entendemos que concomitantes significa ao mesmo tempo ou simultaneamente. É possível perceber tais variações em registros estáticos? Tais instrumentos existem. Entre eles destacamos os softwares de Geometria Dinâmica GeoGebra falaremos sobre ele na póxima seção.

O GEOGEBRA

O GeoGebra é um software educativo livre de Matemática Dinâmica desenvolvido para auxiliar o processo de ensino e aprendizagem da matemática do nível fundamental ao superior. O software integra as potencialidades dos softwares de Geometria Dinâmica com as potencialidades dos softwares de álgebra computacional[1] (CAS). Tal software permite construções de representações que possibilitam a visualização de conceitos e propriedades matemáticas, experiências matemáticas e exploração interativa. Dessa forma, pode contribuir para o ensino integrado da geometria, álgebra e até mesmo do cálculo.

Os softwares de Geometria Dinâmica permitem que os usuários criem e modifiquem dinamicamente construções euclidianas. As propriedades geométricas e relações entre objetos usados dentro de uma construção são mantidas porque ao manipular um objeto também se modificam objetos dependentes dele (manipulação direta). Alguns programas de Geometria Dinâmica fornecem algumas características algébricas básicas, exibindo equações de retas, cônicas e outras expressões matemáticas que normalmente não podem ser modificados diretamente pelo usuário. Por outro lado, existem softwares de álgebra computacional (Maple, Maxima, etc) que, simbolicamente, trabalham com álgebra, geometria analítica e cálculo. Usando equações de objetos geométricos, um usuário de software de álgebra computacional pode decidir sobre a posição em relação ao outro e exibir as suas representações gráficas. Geralmente, a representação geométrica dos objetos não pode ser diretamente modificada pelo usuário. Assim, o GeoGebra é uma tentativa de juntar estes dois tipos de software, sendo que a geometria, álgebra e o cálculo são tratados de forma integrada. O software oferece duas representações de cada objeto: a componente numérica e algébrica mostra as coordenadas dos

[1] CAS – Computer Algebra System

pontos, as equações explícitas ou implícitas, ou na forma paramétrica, enquanto que a componente geométrica exibe a representação correspondente (HOHENWARTER, 2002, p.3). Em outras palavras, o software permite construir representações num mesmo ambiente. Percebe-se assim que o software atende as condições propostas por Duval: dispor de ao menos dois sistemas semióticos diferentes para produzir a representação de um objeto, de uma situação, de um processo [...] e que eles possam converter "espontaneamente" de um sistema semiótico a outro, mesmo sem perceber as representações produzidas (DUVAL, 2009, p.38). Os softwares anteriores permitiam manipulação de apenas um registro de representação semióticas, possibilitando tratamento, mas pouca conversão.

No GeoGebra, ambas as representações podem ser alteradas diretamente pelo usuário. A representação geométrica pode ser modificada, arrastando-a com o mouse e a representação algébrica é alterada dinamicamente. Por outro lado, a representação algébrica pode ser alterada através do teclado, fazendo o GeoGebra ajustar automaticamente a representação geométrica relacionada. Isso permite reconhecer um objeto matemático nas suas diferentes representações, bem como transitar entre elas, dando uma nova dinâmica entre as múltiplas representações matemáticas dos objetos e abrindo novas possibilidades de aplicação de softwares de matemática dinâmica para o ensino e aprendizagem da matemática e promovendo a compreensão de conceitos matemáticos de uma forma que não era possível há alguns anos (PREINER, 2008).Tal reconhecimento é necessário para a compreensão das relações entre os diferentes registros de representações do conceito matemático.

Pelo fato do GeoGebra integrar geometria e álgebra no computador, a interface de usuário contém componentes adicionais que não podem ser encontrados nos outros softwares puros de Geometria Dinâmica. Assim, sua interface é dividida em janelas contendo representações algébricas e gráfica de objetos, além de componentes que permitem ao usuário entrar com objetos em ambas as representações, bem como o menu que faz parte da interface do usuário. A figura 2 apresenta a interface padrão do GeoGebra (versão 4.0.38.0 de 14 de julho de 2012).

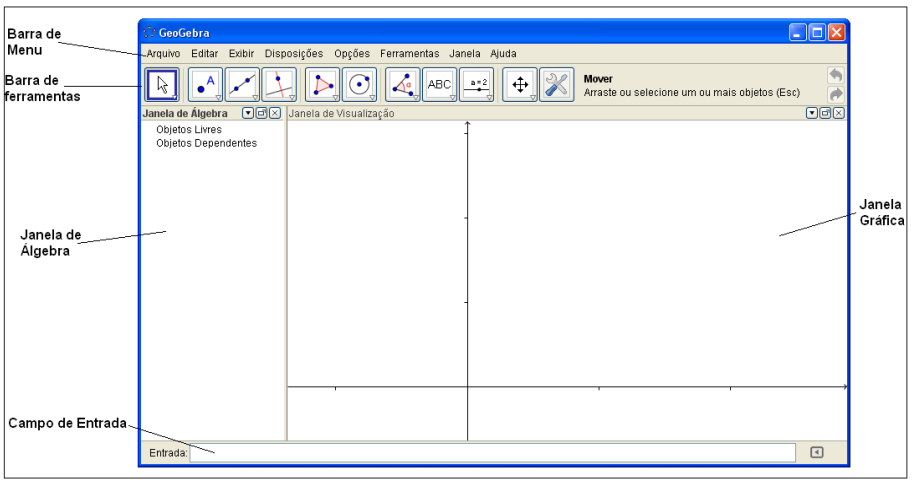


Figura 2: Interface do GeoGebra com a disposição "Álgebra e Gráficos"

A versão contém ainda a disposição "Planilha e gráficos". Isso permite a representação simultânea dos registros através de gráfico, planilha e equações.

Como se percebe através da descrição da interface e das ferramentas, o GeoGebra pode ser um recurso poderoso para o processo de aprendizagem e ensino da matemática. Todavia, para que haja aprendizagem com softwares de Geometria dinâmica é necessário que o professor crie atividades para a exploração eficaz do software. Tais atividades podem ser feitas de diferentes maneiras: Construções prontas, em que o professor prepara um arquivo com uma construção

pronta para ele ou o estudante manipule no momento da aula; Atividades que exigem construção em que o professor pode sugerir um roteiro, contendo o "passo a passo" para a construção. Atividade feitas em planilhas dinâmicas que são páginas de internet que contém uma figura dinâmica (no caso de GeoGebra, um Applet Java interativo) e correspondentes explicações, bem como questões e tarefas para os alunos. Tais exemplos, não esgotam todas as formas de utilização do GeoGebra. Atualmente, existe muito material disponível na internet, contendo sugestões de atividades, construções, vídeos e que podem auxiliar o trabalho do professor e estudante.

Apesar das grandes potencialidades do GeoGebra, há também alguns limites e dificuldades operacionais. Por exemplo, o ambiente texto do GeoGebra utiliza o recurso LaTeX[2] para a representação de expressões matemáticas. Apesar de ser uma ferramenta poderosa para edição de texto em alta qualidade, tal recurso não é intuitivo e exige do usuário conhecimentos de comandos necessários para especificar a estrutura lógica do texto. Vejamos um exemplo de como o LaTeX é usado no GeoGebra. Na figura 3, suponhamos que o usuário queira fazer a razão entre as medidas dos segmentos BF e FD. Então ele clicará sobre o ícone . Abrirá o campo \frac{a}{b}. Deverá substituir o "a" pela medida de BF e o "b" pela medida de FD. Só que ao fazer isso, o rótulo da medida também é inserido.

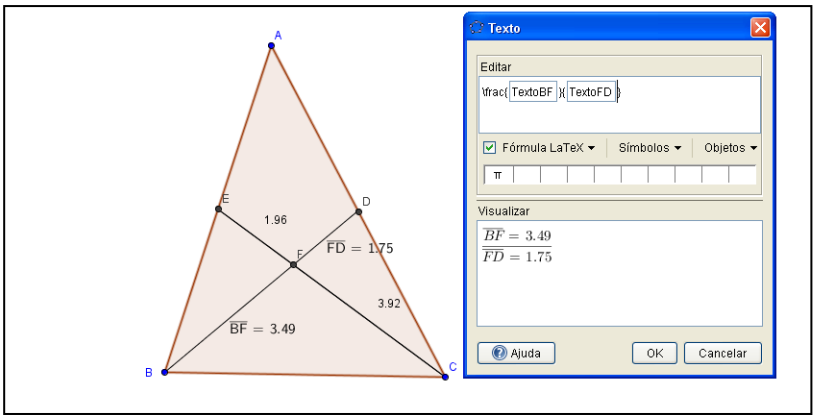


Figura 3: Triângulo com duas medianas e a razão representada com medidas e rótulos

O ideal seria que apenas os valores ficassem visíveis. Outro problema é que o comando não mostra o resultado da razão. Para que o usuário possa ver o resultado da razão deverá digitar o seguinte comando: "\frac{"+distânciaBF+"}{"+distânciaFD+"}="+(distânciaBF/distânciaFD). Na Figura 4 é possível observar isso.

[2] LaTeX é um sistema ou programa de marcação para a editoração de documentos de alta qualidades tipográfica específico para a elaboração de textos científicos

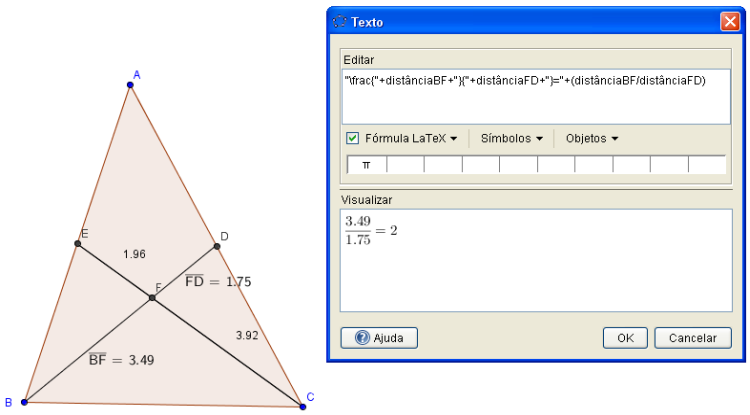


Figura 4: Triângulo com duas medianas e razão representada com medidas e resultado

Outro problema da ferramenta texto é a integração de textos e equações. Por exemplo, suponhamos que se queira escrever dentro do ambiente texto a seguinte frase: "A razão $\frac{a}{b}$ é 0.95". Ao se ativar a opção "fórmula LaTeX" o programa reconhece tudo como comando LaTeX. Dessa forma, as palavras ficam todas juntas. O comando espaço é \; (barra e ponto e vírgula). Assim, o usuário deverá escrever o seguinte comando: "A \; razão\; \frac{a}{b} \;é\;" +(a/b).

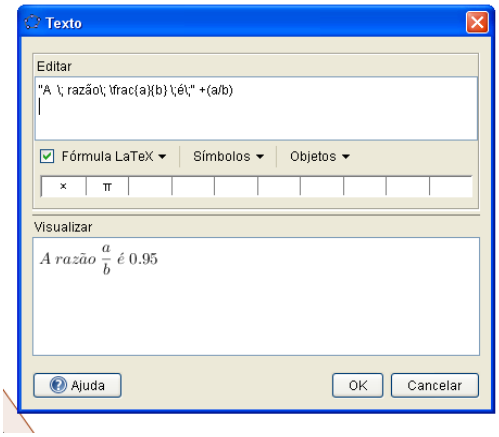


Figura 5: Caixa de texto do GeoGebra

Como se pode ver, a ferramenta texto com os comandos LaTeX é de difícil utilização para usuários pouco familiarizados com tal linguagem. Os signos $\frac{a}{b}$ e "\frac{a}{b}" são dois registros de representação semiótica que representam o mesmo objeto matemático. Todavia, "\frac{a}{b}" é uma linguagem que não é normalmente usada no ensino básico. Nessa linguagem, o processo de escrita não é natural. Isso pode dificultar os registros, as representações e manifestação de expressão de Narrativas Matemáticas que necessitam do uso de funções, expressões e símbolos matemáticos. Consequentemente, pode atrapalhar o processo de comunicação e interação. Processos esses imprescindíveis para que o estudante aprenda. No próximo tópico falaremos sobre uma tentativa para superação de tais limites: o projeto GGBook. Falaremos sobre o desenvolvimento de tal recurso, como pode ajudar a superar os limites do GeoGebra e ampliar ainda mais as potencialidades dos ambientes de Geometria Dinâmica.

METODOLOGIA

Tendo em vista a configuração desse problema de pesquisa, propomo-nos a desenvolver e testar, junto a professores e alunos, uma plataforma que será chamada de GGBOOK. Portanto, temos configurada uma investigação do tipo P e D (Pesquisa e Desenvolvimento), em que um objeto tecnológico é desenvolvido e depois aplicado para avaliação de seus resultados. Evidentemente, em se tratando de uma pesquisa de doutoramento em educação, o foco do trabalho se situa na aplicação do objeto tecnológico, através da qual poderemos analisar as possibilidades de construção de Narrativas Matemáticas Dinâmicas a partir das interações realizadas nessa nova interface que integra os ambientes texto e gráfico. Contudo, a etapa prévia do desenvolvimento se torna uma etapa incontornável do trabalho proposto, pois visa justamente à concepção de um software educativo com as características propostas. Uma investigação do tipo P e D tem, então, duas vertentes distintas e complementares: a do Desenvolvimento e a da Pesquisa. Para cada uma dessas vertentes, o pesquisador deve fazer escolhas metodológicas específicas. Nesse artigo abordaremos apenas a parte do desenvolvimento.

Metodologia para o desenvolvimento da plataforma: Prototipação

Para o desenvolvimento da plataforma foi montada uma equipe interdisciplinar composta por pesquisadores, programadores e professores de matemática. Como metodologia para o desenvolvimento foi escolhido o modelo da Prototipação. De acordo com Sommerville (2003, p. 145):

> Um protótipo é uma versão inicial de um sistema de software, que é utilizado para mostrar conceitos, experimentar opções de projetos e, em geral, para conhecer mais sobre os problemas e suas possíveis soluções. O desenvolvimento rápido de um protótipo é essencial para que (...) os usuários possam fazer experiência com o protótipo no início do processo de software.

Apesar de sabermos qual o público alvo da plataforma, ainda não conhecemos totalmente seu contexto com suas características e dificuldades. Também não foi definido ainda o conteúdo específico de geometria que será explorado na experimentação. Assim, acreditamos que o modelo de Prototipação é mais adequado para esse tipo de situação, pois segundo Lacerda (2007), tal modelo é comumente usado "quando não se conhece o domínio da aplicação, quando existem pontos de vista diferentes a acerca do conteúdo do software, quando há grandes chances de descobrir possibilidades não imaginadas e quando a base para a construção é a discussão entre a equipe responsável pelo processo" (p.24). A Figura 6 apresenta os passos do modelo baseado na prototipação:

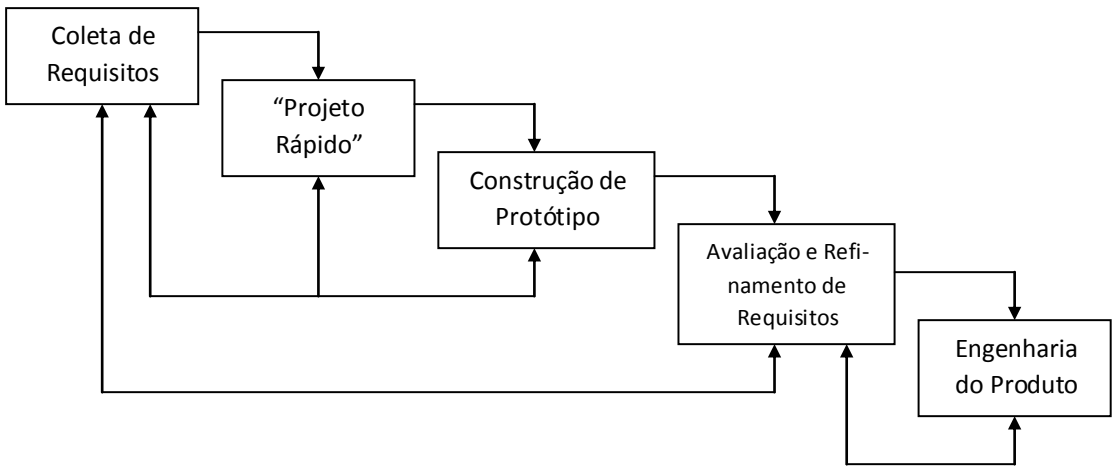


Figura 6: Modelo de Prototipação (PRESSMAN, 2002)

Para a fase de "coleta de Requisitos" foi preciso determinar as especificações do software (ou engenharia de requisitos). Segundo Sommerville (2003) a especificação de software estabelece quais funções são requeridas pelo sistema e as restrições sobre a operação e o desenvolvimento do sistema. Tal fase é dividida em etapas principais, como mostra a Figura 7.

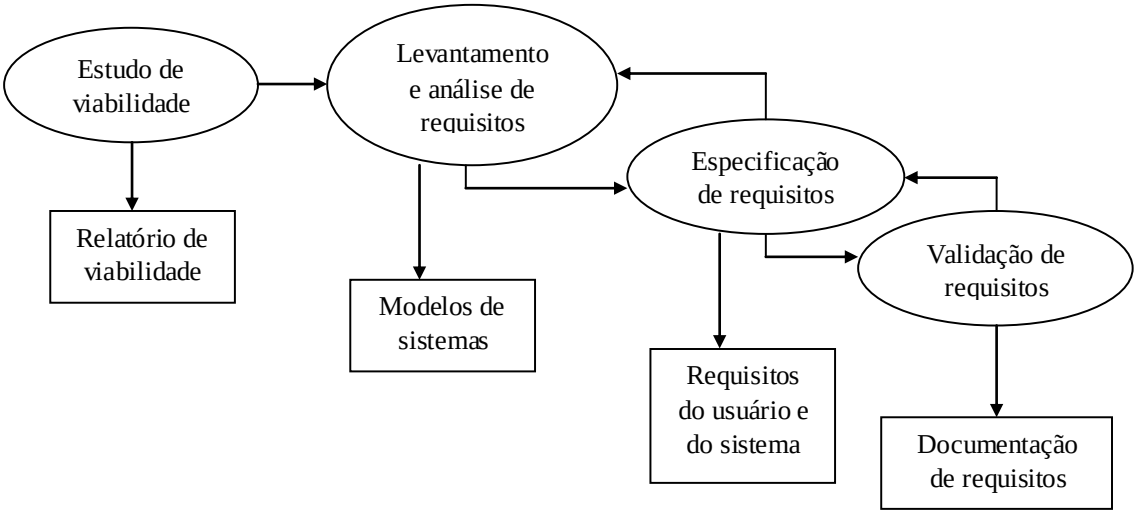


Figura 7: O processo de engenharia de Requisitos (SOMMERVILLE, 2003)

A descrição do processo está na tabela seguinte.

Tabela 1: Descrição do Processo de engenharia de requisitos

Fases do Processo	Descrição da Fase
Estudo de Viabilidade	É uma estimativa para verificar se as necessidades dos usuários que foram levantadas podem ser satisfeitas com a utilização das atuais tecnologias de hardware e software. Este estudo decidirá se o sistema proposto é viável financeiramente ou não.
Levantamento e análise de requisitos	Processo de identificação de requisitos pela observação dos sistemas existentes, pela conversa com usuários e compradores em potencial, pela análise de tarefas, entre outras.
Especificação de requisitos	É a atividade de traduzir as informações coletadas durante a atividade de análise em um documento que defina um conjunto de requisitos.
Validação de requisitos	Essa atividade verifica os requisitos quanto a sua pertinência, consistência e integralidade. Durante esse processo inevitavelmente são encontrados erros na documentação de requisitos. Os requisitos devem então ser modificados, objetivando corrigir esses problemas.

Fonte: Sommerville (2003)

Em relação à fase de "estudo de viabilidade", essa foi feita pelos pesquisadores e desenvolvedores. A viabilidade, no caso do desenvolvimento do nosso software educativo (SE), estava mais relacionada com a possibilidade de se adaptar as ferramentas disponibilizadas no GeoGebra para atender aos propósitos que queríamos para o software. Inicialmente, pensávamos que haveria

necessidade de usar diferentes softwares, mas com os primeiros estudos e análises, percebemos que praticamente todas as ferramentas que precisamos estavam no GeoGebra. Por outro lado, seria necessário fazer adaptações na interface e criar um novo editor de equações para a ferramenta Texto.

Os propósitos para os softwares estão relacionados com a fase de "levantamento e análise de requisitos". O que se espera para o software é que ele tenha as funcionalidades de um livro de matemática digital e dinâmico. A partir do debate entre o pesquisador e os desenvolvedores, foi esboçado um *layout* para o software. Tal *layout* e as especificações compõem o primeiro "projeto rápido" cuja tela pode ser vista na Figura 8.

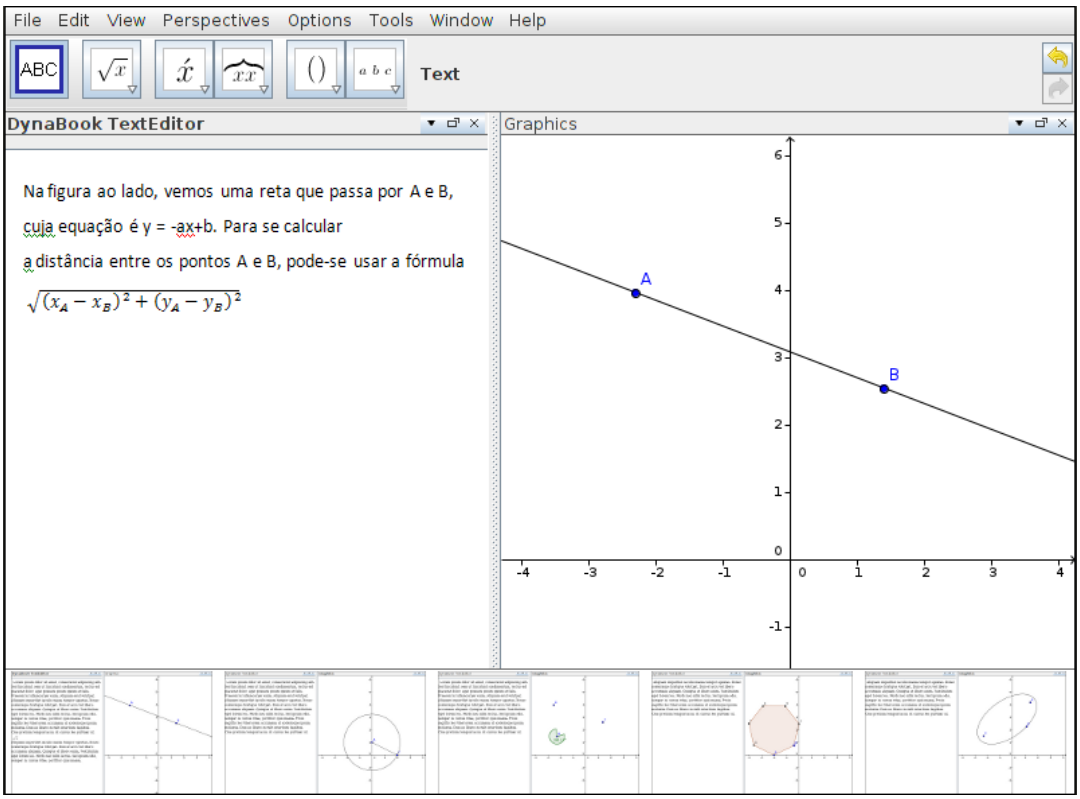


Figura 8: Esboço do layout da interface

Como se pode ver nessa figura, a interface planejada para o GGBOOK está dividida em dois ambientes: Texto e Gráfico. O grupo estabeleceu algumas características de cada ambiente na interface. Tais características compõem o documento sobre "especificações de requisitos" do protótipo inicial do sistema:

- Os dois ambientes precisam se "comunicar" de forma dinâmica de maneira que quando se alteram as propriedades de um objeto no ambiente gráfico, os valores a ele remetidos no ambiente texto também alteram. No entanto, inicialmente não pretendemos que o contrário aconteça, ou seja, alterar um cálculo ou medida no ambiente texto e mudar as propriedades do objeto no ambiente gráfico;
- A barra de ferramentas de cada ambiente deverá aparecer conforme o clique do mouse, ou seja, quando o usuário clica no ambiente texto, aparecem as ferramentas de texto e equações. Quando clica no ambiente gráfico aparecem as ferramentas de geometria.. Na Figura 9 é possível ver as interfaces.

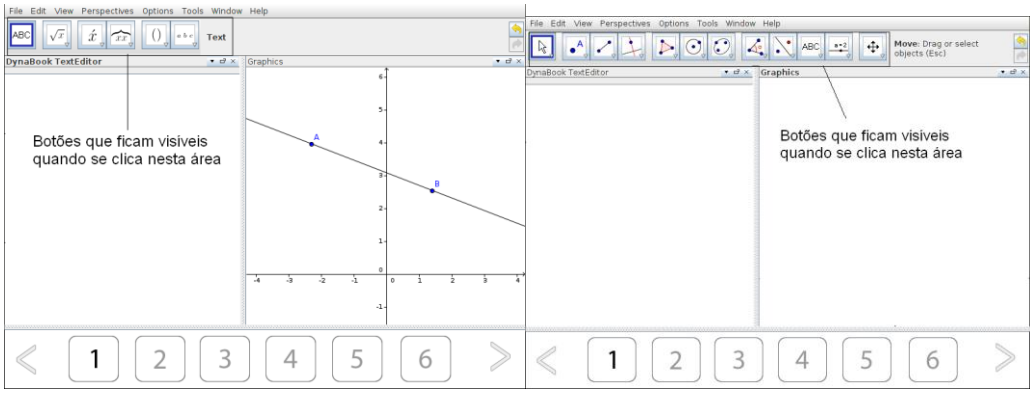


Figura 9: Barra de ferramentas de cada ambiente

- Cada ambiente deverá ter possibilidades de alteração dos espaços na tela, dependendo do conteúdo que se queira explorar. O ambiente texto tem ainda uma barra de rolagem;
- No rodapé da interface deveremos ter pequenas janelas que funcionam como páginas de um livro;
- O ambiente texto deverá possuir ferramentas para edição de texto: possibilidades variadas de fontes, sublinhar, negritar, centralizar, alinhar, entre outras. Já existiam parte dessas ferramentas dentro do ambiente texto do GeoGebra;
- Deve ter ferramentas intuitivas para a edição de equações e símbolos matemáticos. Já existe parte dessas ferramentas dentro do ambiente texto do GeoGebra. No entanto, como relatado anteriormente, elas são difíceis de usar para quem não conhece a sintaxe LaTeX. Mais adiante falaremos como funcionará o editor de equações.

No GGBOOK, teremos duas interfaces diferentes: uma para o professor e outra para o estudante. A interface para o professor permite que ele coloque o conteúdo no ambiente texto e gráfico. Além disso, ele poderá habilitar as ferramentas necessárias para a exploração de determinados conteúdos. A interface para o estudante permite que ele possa fazer manipulações e novas construções no ambiente gráfico. Além disso, pode digitar textos e equações no ambiente texto, mas não poderá editar o texto colocado pelo professor.

Ainda em relação à fase de coleta de requisitos, foi necessário ver quais funcionalidades necessitaríamos adaptar e quais teríamos que desenvolver. Para isso, estudamos as ferramentas disponíveis na versão 4.0 e identificamos algumas dificuldades (relatadas anteriormente) para o usuário. Dessa forma, temos buscado desenvolver no nosso protótipo soluções para tais dificuldades.

Algumas evoluções do GGBOOK

Em Nóbriga et al (2012) são apresentadas as evoluções do GGBOOK. Algumas funcionalidades e implementações foram feitas. Para exemplificar como o software estava funcionando, apresentamos uma situação de ensino. Suponhamos que o professor queira explorar a "lei dos Senos" no GGBOOK. Ele poderá criar uma atividade como a mostrada na figura 10.

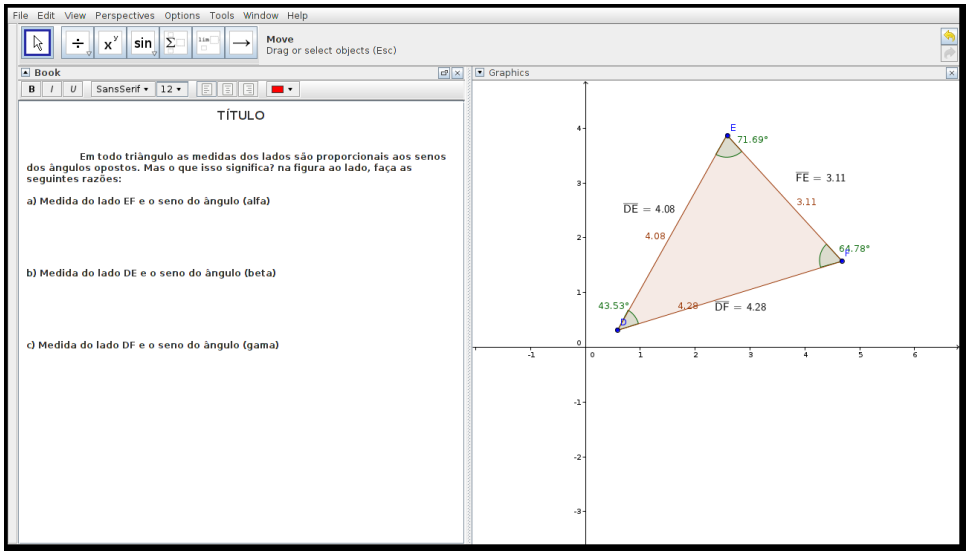


Figura 10: atividade sobre a lei dos senos

Para efetuar as razões, o estudante deveria clicar no espaço destinado a resposta. Após isso, selecionaria na barra de ferramentas o ícone que representa a divisão. Para inserir o valor do numerador, clicaria sobre a medida do lado BC. Após isso clicaria no espaço destinado ao denominador. Em seguida, selecionaria o ícone que representa o seno. Finalmente clicaria sobre a medida do ângulo α. Ao final, clicaria o com o botão direito do mouse e selecionará "calculate result" e apareceria o resultado, como mostra a figura 11.

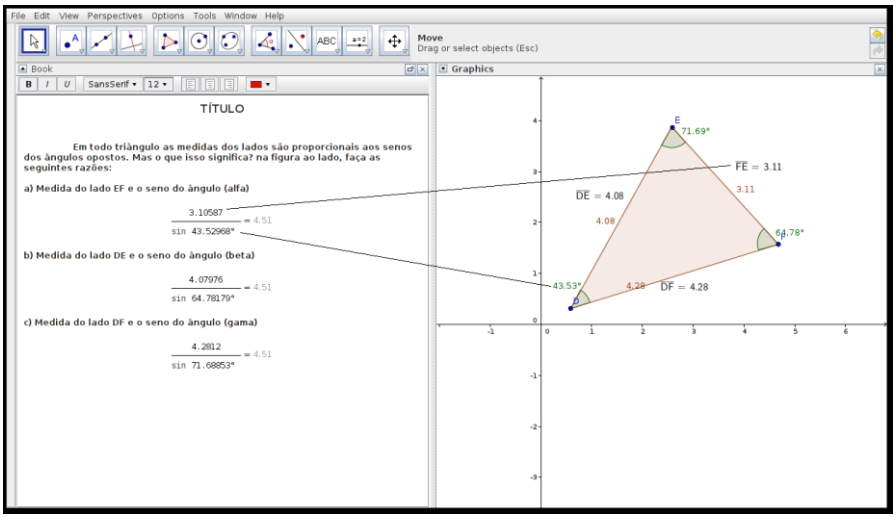


Figura 11: resposta do estudante para a primeira pedida pelo professor

Para fazer os outros cálculos, o processo é igual. Assim o estudante perceberia que os resultados das razões são iguais. Após isso poderia movimentar o ponto A e perceberia que as medidas dos lados e ângulos se alterariam no ambiente gráfico e no ambiente texto, mas os resultados das razões continuariam iguais, evidenciando uma característica dos textos dinâmicos. Nesse exemplo podemos ver um exemplo claro da influência do uso dos diferentes registros de representação semiótica para a compreensão do conceito.

Mudanças no projeto GGBOOK

Nos últimos anos, os esforços do grupo de desenvolvimento do GeoGebra estão sendo direcionados para a migração do GeoGebra para o HTML5. A principal vantagem é que o software poderá ser usado em dispositivos que usam tela sensível ao toque. A figura 12 apresenta a tela do GeoGebra (vesão HTML5).

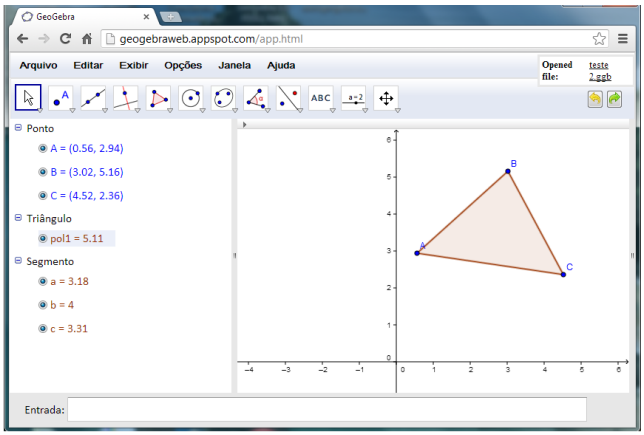


Figura 12: Tela do GeoGebra (versão HTML5)

Basicamente tal versão possui as mesmas funcionalidades da versão desktop. Todavia existem algumas vantagens, como por exemplo, a possibilidade de fazer um login no google e poder salvar o arquivo no Google drive. Assim, pode-se acessar o arquivo em qualquer outro computador que tenha acesso a internet.

A partir da percepção dessa migração para o HTML5, foi discutido com o grupo de desenvolvimento qual rumo deveríamos tomar: continuar o desenvolvimento com a versão anterior ou migrar o desenvolvimento para a nova versão? Como o propósito dessa pesquisa é também ter um produto que possa ser de fato útil para muitas pessoas em todo o mundo, resolvemos que migraríamos. Todavia, faríamos um projeto mais independente do GeoGebra. Um dos motivos que nos levaram a tomar tal decisão foi o fato de percebermos resistência dos líderes de desenvolvimento do GeoGebra em relação a implementação na versão oficial da perspectiva Texto. Ou seja, eles gostaram da ideia do editor de equações, mas não achavam necessária a perspectiva texto. Assim, seria inútil criarmos uma nova perspectiva, pois ela não seria implementada na versão oficial.

Outra vantagem de fazer um trabalho mais independente é que teríamos mais liberdade, ou seja, não precisaríamos trabalhar dentro do Branch do Geogebra, nem seguir toda a filosofia do grupo. Enfim, teríamos mais autonomia. Assim, decidimos que faríamos um software com os requisitos que estabelecemos inicialmente, mas com outra "cara". A partir daquele momento deixamos de chamar software GGBOOK e passamos a chamar Plataforma GGBOOK. A tela da plataforma está representada na figura 12.

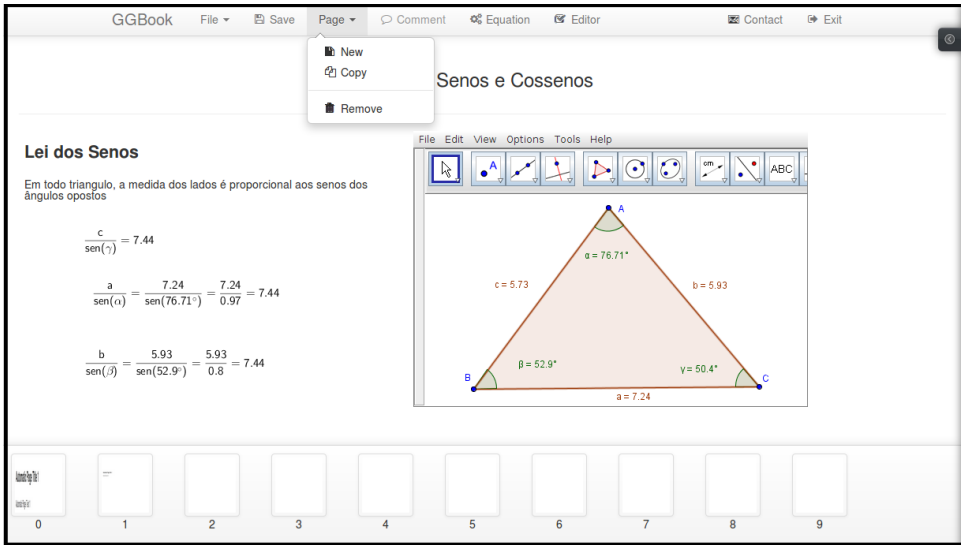


Figura 12: Plataforma GGBOOK

Assim como o GeoGebra da versão HTML, a plataforma GGBOOK funciona a partir de um navegador da internet. Como se pode ver na figura 12 a plataforma GGBOOK está dividida em ambiente texto e o GeoGebra. Anteriormente, o ambiente texto estava dentro do GeoGebra (conforme se pode verificar na figura 11). Assim, como estabelecido anteriormente, os ambientes se comunicam de forma dinâmica, ou seja, quando se alteram as propriedades de um objeto no ambiente Geogebra, os valores a ele remetidos no ambiente texto também alteram. A barra de ferramentas do ambiente texto aparece conforme o clique do mouse, ou seja, quando o usuário clica no ambiente texto, aparecem a barra flutuante com as ferramentas de texto.



Figura 13: Barra de ferramentas de texto

Quando se clica na opção “Equation” aparece a barra de ferramentas de equações.

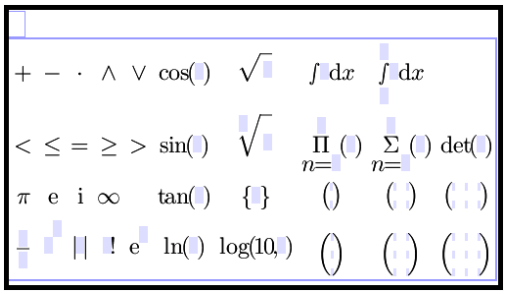


Figura 14: barra de Ferramentas de equações

Nessa nova perspectiva de desenvolvimento, percebemos que não seria mais necessário criar um novo editor, pois já existia o editor MATHDOX que é perfeitamente integrável com o GeoGe-

bra. Como se pode ver na figura 12 há no rodapé da plataforma pequenas telas que funcionam como páginas de um livro. O funcionamento da plataforma será feito a partir de login do usuário. Teremos opção de login diferenciado para professor e estudante. A fazer o login, o professor poderá criar seu livro de atividades, inserindo texto e figuras no ambiente GeoGebra. Poderá colocar quantas páginas forem necessárias. Ao final poderá salvar e abrir acesso aos estudantes para que eles possam logar e fazer suas atividades. Também o estudante poderá salvar as atividades, permitindo ao professor ter acesso a elas.

CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS FUTURAS

Nesse artigo apresentamos alguns resultados da etapa de desenvolvimento da plataforma GG-Book. A parte da integração entre o ambiente texto e GeoGebra já está bem adiantada. Ambos ambientes se comunicam, permitindo assim integração simultânea de diferentes registros de representação semiótica. Estamos bastante otimistas com relação às contribuições da ferramenta para o processo de ensino e aprendizagem da matemática. Sobretudo no que diz respeitos às possibilidades de interação e mediação. Especificamente falando, através da plataforma GG-BOOK, o professor poderá criar as atividades para os estudantes dentro do próprio ambiente, integrando diferentes representações (escrita, geométrica, algébrica) de maneira dinâmica e não havendo necessidade de apostilas ou livros a parte. Tais atividades poderão ser feitas em computadores, tablets ou até mesmo em dispositivos smartphones[3]. Acreditamos que um recurso com esse pode ter várias vantagens em relação aos livros impressos e uma delas é o fato do professor poder ter acesso ao arquivo com a resolução das atividades feitas pelos estudantes, podendo visualizar passo a passo como eles fizeram. Enfim, esperamos com isso que possamos contribuir para evolução no desenvolvimento de recursos para o ensino de matemática.

Referências

DUVAL. R. Graphiques et équations: L'articulation de deux registres. In: **Annales Didactique et de Sciences Cognitives.** IREM de Strasbourg vol. 1, p. 235-253, 1988.

_____. **Semiósis e Pensamento Humano: Registros semióticos e aprendizagens intelectuais** (Fascículo I)- Tradução: LEVY. L. F; SILVEIRA. M.R.A, 1ª edição – São Paulo: Livraria da Física, 2009.

DREYFUS, Tommy. Advanced Mathematical Thinking Processes. In: TALL, David. Advanced Mathematical Thinking. Holanda: Kluwer Academic Publishers, 1991, pp.25-41.

ESPINOSA, F. H. Intuición Primera versus Pensamiento Analitico: Dificultades em el paso de una representación gráfica a un contexto real u viceversa. In: **Educación Matemática** vol. 7 nº 1: Grupo Editorial Iberoamérica, 1995.

HOHENWARTER, M. GeoGebra – A software system for dynamic geometry and algebra of the plane. Master's thesis, University of Salzburg, 2002.

KAPUT, J. J. Towards a theory of symbol use in mathematics. In C. Janvier (Ed), **Problem of representation in he teaching and learning of mathematics.** Hillsdale: L.E. A. p.159-195,1987.

LACERDA, R. A. **Proposta de modelo para análise de requisitos de software educativo.** 2007. 114 f. Dissertação (Dissertação de mestrado em Educação, UnB), Brasília, 2007.

[3] Já estão sendo feitas versões do Geogebra que rodam em tais dispositivos

NÓBRIGA, J. C. C.; LACERDA SANTOS, G.; ARAÚJO, L. C. L.; FERREIRA, B. S.; LIMA, R. GGBOOK: one interface which integrates the text and graphic environment in the GeoGebra. In: 12 th International Congress on Mathematical Education, 2012, Seoul. Anais... Seoul: , 2012.

PREINER, J. Introducing Dynamic Mathematics Software to Mathematics Teachers: the Case of GeoGebra. 2008, 264 f. (Dissertação de mestrado em Educação Matemática-University of Salzburg), Salzburg, 2008.

PRESSMAN, R. S. **Engenharia de Software,** Rio de Janeiro: McGraw, Tradução da 5ª edição, 2002. **Researcher** v.15, p. 4-14, 1986.

SANTOS, A. T. C. **O Ensino da Função Logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do *software* GeoGebra.** 2011. 200 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática-PUC), São Paulo, 2011.

SOMMERVILLE, L. Engenharia de Software, Editora Pearson Education, 6ª edição, 2003.

Copyright © 2013 <Nóbriga;Lacerda Santos; Ferreira;Araújo; Lima>. O(s) autor(es) concede(m) licença não exclusiva, aos organizadores do VI HTEM, para publicar este documento no CD de trabalhos completos do evento. Qualquer outro uso é proibido sem o consentimento do(s) autor(es).