Uma Proposta de Atividades sobre Funções Afins e Quadráticas para Educação de Jovens e Adultos com uso do *Software Graphmática*

Marinaldo Felipe da Silva

Universidade Federal de Rondônia - DEPMAT/UNIR

dr.marinaldo@hotmail.com

Claudemir Miranda Barboza

Universidade Federal de Rondônia PROFMAT/UNIR

Claudemirmiranda1@hotmail.com

The Education of Youth and Adults is a segment of basic education that presents very interesting particularities, and in many moments of history left out. In the world of computerization we can once again exclude this segment. In order to contemplate this segment this work proposes a series of activities on related functions and quadratic using a free software, namely: Graphmatica. These activities are geared towards teaching and learning in the first grade of secondary school in the State Center for Youth and Adults Cel. Jorge Teixeira de Oliveira - CEEJA in the city of Rolim de Moura - RO. To meet the student must properly tender is familiar with the numbers and their operations, as well as the concepts of quantities, reason, proportionality equations, among others. At first were given the definitions of the mathematical entities involved, domain, co domain, image, trace the graph, equations and applications concatenated with reality. A posteriori are resolved were some problem situations using software Graphmática associated with each situation. Tutorials are also provided for each of the cases involved.

. Keywords: Teaching of Mathematics. Youth and Adults. Graphmatica. Affine and Quadratic.

INTRODUÇÃO

Este artigo apresenta uma seqüência de atividades matemáticas sobre função afim e função quadrática, voltada para o ensino e aprendizagem na 1ª série do ensino médio no Centro Estadual de Educação de Jovens e Adultos Cel. Jorge Teixeira de Oliveira - CEEJA, na cidade de Rolim de Moura - RO, com a utilização de um *software* livre, a saber: o Graphmática. Segundo Borba e Penteado (2001, p.11) a informática se tornou uma das principais tendências da Educação Matemática. Assim como numa abordagem histórica da matemática, modelagem, resolução de problemas, a abordagem matemática com recursos computacionais é uma das tendências de maior aplicabilidade e eficácia. Segundo esses autores, o discurso passado, de que o uso do computador pelo aluno o tornaria mero repetidor, está substituído por argumentos de que o computador pode ser a solução nas dificuldades de ensino em geral, como elemento mediador.

Assim, para mudar o rumo da educação e transformar o processo de ensino e aprendizagem nos tempos atuais também é necessário o uso dos computadores, uma ferramenta pedagógica de grande poder de transformação. Tal transformação exige uma mudança nos paradigmas educacionais, diversificando as técnicas e comportamentos, para produzir um ensino - aprendizagem mais eficiente.

Trabalhos matemáticos que abordam tal temática vêm sendo desenvolvidos, sempre de maneira investigativa do nível de aprendizagem, utilizando uma ferramenta educacional para investigar se o aluno está tendo o domínio suficiente e necessário do tema abordado. Essa temática como pode ser vista nos trabalhos de Reis (2011) e Araújo (2007) busca investigar tão somente no

aluno a compreensão dos exercícios propostos. Em contrapartida desta temática de investigação do nível de aprendizagem, a proposta deste artigo não é somente investigar, mas sim construir o conhecimento matemático a partir de um recurso didático de grande potencial, o computador, mas especificamente com o uso do *software* Graphmática.

Neste sentido buscamos proporcionar aos alunos Centro Estadual de Educação de Jovens e Adultos - Cel. Jorge Teixeira de Oliveira, situado em Rolim de Moura - RO, uma aprendizagem significativa e prazerosa sobre funções afins e quadráticas, por meio de uma seqüência de atividades a serem exploradas com auxílio do *software* Graphmática, levando-os a desenvolver conceitos e definições a partir da análise do comportamento gráfico de cada uma dessas funções.

Para atender a proposta adequadamente o aluno deveria estar familiarizado com os números e suas operações, bem como os conceitos de grandezas, razão, proporcionalidade, equações, entre outros. Mas por outro lado o não conhecimento, ou não apropriação destes conceitos não impede a aplicação efetiva das atividades, pois, o professor tem o papel de intermediar e adequar a proposta para cada turma e utilizar meios que possam diminuir as dificuldades que cada aluno apresenta. Adequar propostas a realidade do aluno é uma função da EJA, conforme assevera o referencial Curricular da Educação Jovens e Adultos do Estado de Rondônia (2013, p.13), "os cursos do EJA devem pautar-se pela flexibilidade tanto de currículo, quanto de tempo e espaço, de forma a atender às funções reparadora, qualificadora e equalizadora...".

A Matemática está presente em praticamente tudo o que nos rodeia, com maior ou menor complexidade. Perceber isso é compreender o mundo à nossa volta e poder atuar nele. E a todos, indistintamente, deve ser dada essa possibilidade de compreensão e atuação como cidadão.

Em casa, nas ruas, nas várias profissões, na cidade, no campo, nas varias culturas, o ser humano necessita contar, calcular, comparar, medir, localizar, representar e interpretar, entre outros, e o faz informalmente, à sua maneira, com base em parâmetros do seu contexto sociocultural. É preciso que esse saber informal, cultural, se incorpore ao trabalho matemático escolar, diminuindo a distância entre a matemática da escola e a matemática da vida. Buscar estreitar esta distância e fazer com que a Matemática seja empregada de maneira mais interativa e contextualizada, utilizando para isso o computador, através de recursos computacionais como os *softwares* e programas computacionais de Matemática.

Usar a informática num todo para auxiliar na educação é abordado por Tajra (2000) como sendo uma grande aliada na educação desde que seja bem utilizada, apresentando muitas contribuições para o processo de ensino e aprendizagem, pois com a sua utilização adequada é possível desenvolver as mais variadas habilidades.

Para isso na educação de Jovens e Adultos se faz necessário que o educador busque opções que tornem as aulas mais participativas e atuais, dentro de um universo a qual todos estão inseridos. Ainda para Tajra (2000, p.66)

> A importância da utilização da tecnologia computacional na área educacional é indiscutível como necessária seja no sentido pedagógico seja no sentido social. Não cabe mais a escola estar preparando o aluno apenas nas habilidades de lingüística e lógico-matemática, apresentar o conhecimento dividido em partes, fazer do professor o grande detentor de todo o conhecimento, valorizar a memorização. Hoje, com o novo conceito de inteligência, em que podemos desenvolver as pessoas em suas diversas habilidades, o computador aparece num momento bastante oportuno, inclusive para facilitar o desenvolvimento dessas habilidades [...].
>
> (Tajra, 2000)

Desenvolver habilidades matemáticas é de fundamental importância para qualquer educando seja na EJA ou no ensino regular, cabe ao educador fazer uso dos recursos das novas tecnologias como ferramentas educacionais. Uma destas ferramentas são os programas computacionais, tanto aqueles que estão no mercado como ferramentas para otimização do trabalho em empresas, como os chamados educacionais, dos quais a proposta é dar suporte ao processo de aprendizagem. Assim, como todo recurso utilizado em sala de aula, os *softwares* educacionais também devem passar por análise prévia do professor. Há que se avaliar as características visuais e também sua aplicabilidade dentro do projeto político-pedagógico da escola e do planejamento do professor. Existem diferentes maneiras de categorizar os programas computacionais que podem ser utilizados na Educação.

Para Fonseca (2005, p.26) o que se pretende é que o aluno da EJA exerça a sua cidadania, integrando-se assim à sociedade, estabelecendo que "a prioridade da EJA é possibilitar um acesso mais democrático à cultura letrada, e o ensino de matemática que se realiza [na escola] devendo engajar-se nessa tarefa, aproveitando os recursos e as oportunidades que lhe são próprias".

O Ensino da Matemática na Educação de Jovens e Adultos tem por objetivo contribuir no meio social em que vive, proporcionando-lhe conhecimentos básicos de teoria e prática da matemática, para ser utilizada no seu cotidiano, despertando a curiosidade, o interesse e a criatividade do aluno, para que ele explore novas ideais e descubram novos caminhos na aplicação dos conceitos adquiridos e na resolução de problemas, desenvolvendo o nível cultural, contribuindo para um melhor e mais rápido aprendizado.

Incentivando os hábitos de estudo, rigor, precisão, ordem, clareza, concisão, iniciativa, raciocínio, perseverança, responsabilidade, cooperação, crítica, discussão e uso correto da linguagem é um ponto que será explorado com o uso dos recursos computacionais, motivando - se a capacidade de classificar, seriar, relacionar, reunir, representar, analisar, sintetizar, conceituar, deduzir, provar e julgar, resgatando o raciocínio lógico uma vez que eles ficaram distanciados da escola, e ao mesmo tempo possibilitando o reconhecimento da inter-relação entre os vários campos da matemática e desta com outras áreas.

A interação dos conteúdos programáticos do ensino médio com o apoio do computador, conduzindo o aluno a conclusões e generalizações matemáticas, de forma que não utilize o computador como verdade universal e sim como o instrumento que possibilite a compreensão e generalização dos fatos abordados.

Integrar estes conhecimentos matemáticos com as práticas sociais do aluno é ajudar na melhoria da formação do cidadão, a Matemática contribui de forma positiva e relevante para esta formação. O conhecimento matemático tem sido muito importante para a formação do cidadão:

> ... o ensino de matemática, assim como o ensino de qualquer outro assunto nas escolas, é uma atividade "política". Este ensino ajuda, de um lado, a criar atitudes e modelos intelectuais que, por sua vez, ajudarão os estudantes a crescer, desenvolver-se, ser crítico, mais perspectivo e mais envolvido e, assim, tornar-se mais confiante e mais capaz de ir além das estruturas existentes.
>
> Fasheh (1980)

Ainda, de acordo come Fasheh, "a matemática pode levar o cidadão a uma leitura da realidade e sua interação com o mundo", porém verifica-se nas escolas de modo geral que os índices de aceitação desta disciplina não condizem com a importância da mesma para nossas vidas.

Para Sousa (2009) em Artigos de Economia, diz que, "a Matemática tem sido até hoje o pavor de uma boa parte dos alunos do ensino básico e até mesmo, nas faculdades, isto porque, os professores não explicam a realidade matemática ao aluno". O autor afirma ainda que, "a

Matemática deve ser vista como uma matéria simples e objetiva e não aterrorizante como faz a maioria dos professores de matemática, pois, este instrumento é de valia incomensurável em todo momento da ciência humana, quer seja na saúde, na tecnologia, ou ciências sociais". Buscar tornar a Matemática mais simples para aprender sem tirar o rigor e precisão que ela exige é o caminho buscado.

Tentar mudar este estigma e abordar uma postura diferente para a comunidade escolar abordada se faz necessário, utilização de recursos computacionais que possam e devam trazer ao aluno o gosto pela matemática. Manusear recursos dinâmicos e adequados para o desenvolvimento de habilidades e competências matemáticas é necessário para que o aluno do EJA desperte para a tão prazerosa e surpreendente matemática. A integração da matemática com o uso do *software* Graphmática para o trabalho de funções na 1ª série do ensino médio deve trazer mais dinâmica as aulas e o conhecimento poderá ser construído a partir da mediação do professor e interação do aluno com as ferramentas computacionais.

Segundo Valente (1999) a aprendizagem pode acontecer basicamente de duas maneiras: a informação é memorizada ou é processada pelos esquemas mentais. Neste último caso, o conhecimento é construído.

O CONCEITO DE FUNÇÃO

Quando duas grandezas estão relacionadas de modo que a cada valor de uma se associa um único valor da outra, chamamos estas relações de funções.

"Dizemos que a variável y é dada em função de uma variável x se, e somente se, a cada valor de x corresponde um único valor de y". A condição que estabelece a correspondência entre os valores de x e y é chamada de lei de associação, ou simplesmente lei entre x e y. Quando possível essa lei é expressa por uma equação. (PAIVA, 2009, p.83)

Outra definição importante de funções é dada por Lima, (2006, p.38), [...] Dados os conjuntos $X, Y,$ uma função $f : X \to Y$ (lê–se "uma função de X em Y é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a $x \in X$cada elemento um elemento $y = f(x) \in Y.$ O conjunto X chama-se domínio e Y é o contradomínio da função $f.$ Para cada $x \in X,$ o elemento $f(x) \in Y$ chama-se imagem de x pela função f, ou o valor assumido pela função f no ponto $x \in X.$ Escreve-se $x \mapsto f(x)$ para indicar que f transforma (ou leva) x em $f(x).$

Exemplos particularmente simples de funções é a função identidade $f: X \to Y,$ definida por $f(x) = x$ para todo $x \in X$ e as funções constantes $f: X \to Y$, onde se toma um elemento $c \in Y$ e se põe $f(x) = c$ para todo $x \in X.$

Definição de função afim

Uma boa maneira de definir função afim é a partir de uma situação problema, podendo ser da forma que segue:

Em uma padaria, a temperatura de um forno elétrico era de 30°C. A partir do momento em que o forno foi ligado, a temperatura aumentou 10°C por minuto, até atingir o valor máximo, 80°C.

A situação descrita acima poderá levar ao conceito de função afim e na oportunidade poderemos explorar as idéias de tabelas, gráficos, variação diretamente proporcional, lei de formação e definir função afim. Para isso podemos começar explorando a idéia de tabela de valores e gráficos:

x	y
0	30
1	40
2	50
3	60
4	70
5	80

Quadro 1: relação entre tempo e temperatura de um forno.

O Quadro 1 e o Gráfico 1 apresentados mostram alguns valores que descrevem a temperatura y interna do forno, em graus Celsius, em função do tempo x, em minutos, a partir do instante em que o forno foi ligado, quando sua temperatura interna era de 30 °C.

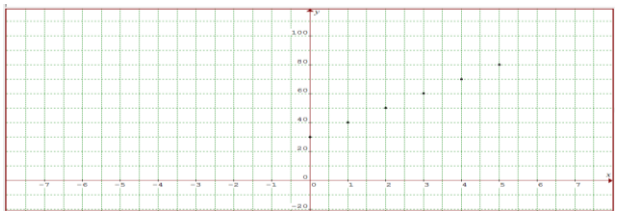


Gráfico 1: temperatura versus tempo ponto a ponto.

Note que a variação dos valores de y, que indicaremos por, Δy é diretamente proporcional à variação dos correspondentes valores de x, que indicaremos por Δx.

- Quando x varia de 0 a 1, a variação correspondente de y varia de 30 a 40, portanto:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{40-30}{1-0} = \frac{10}{1} = 10.$$

- Quando x varia de 2 a 5, a variação correspondente de y varia de 50 a 80, portanto:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{80-50}{5-2} = \frac{30}{3} = 10.$$

Se em uma função $y = f(x)$ as variações de x e y são diretamente proporcionais, então o gráfico de f é formado por pontos de uma reta. Assim, quando y assume os diferentes valores da temperatura, até a temperatura máxima do forno, o gráfico será parte de uma reta, como pode ser visto no Gráfico 2,

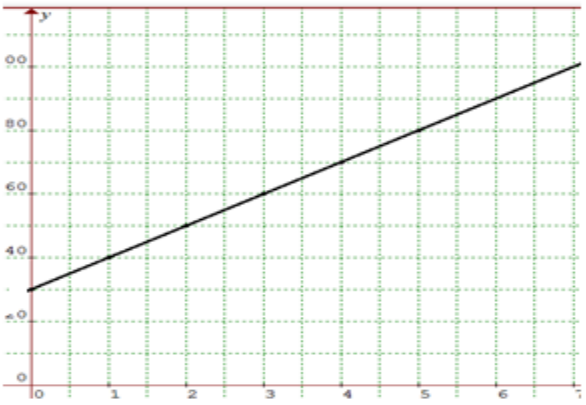


Gráfico 2: temperatura versus tempo.

Como a temperatura inicial do forno era de 30 °C e, a cada minuto, houve acréscimo de 10 °C na temperatura podemos verificar que a lei de associação entre $x\ e\ y$ é $y = 30 + 10x$, para $0 \leq x \leq 5$.

A partir do problema proposto podemos definir função afim como segue:

"Toda função do tipo $f(x) = ax + b$, com $a\ e\ b$ números reais e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do 1º grau ou função afim."(PAIVA, 2009, p.118).

Outro conceituado matemático brasileiro, Lima (2006, p.38), sugere as seguintes observações sobre a terminologia de funções:

1. Se a função afim f é dada por $f(x) = ax + b$, não é adequado chamar o número a de coeficiente angular da função f. O mais apropriado, que usamos, é taxa de variação (ou taxa de crescimento). Em primeiro não há, na maioria dos casos, ângulo algum no problema estudado. Em segundo lugar, mesmo considerando o gráfico de f, o ângulo que ele faz com o eixo horizontal depende das unidades escolhidas para medir a grandeza $x\ e\ f(x)$. Em resumo: tem-se taxa de variação de uma função e coeficiente angular de uma reta.

2. A maioria dos textos escolares refere-se à função afim como "função do primeiro grau". Essa nomenclatura sugere a pergunta: o que é o grau de uma função? Função não tem grau. O que possui grau é um polinômio. (Quando $a \neq 0$, a expressão $f(x) = ax + b$ é um polinômio do primeiro grau). O mesmo defeito de nomenclatura ocorre também com as funções quadráticas, [...] ela muitas vezes são chamadas, incorretamente, "funções do segundo grau".

Definição de função quadrática

Uma abordagem para a definição de função pode ser dada através da situação problema como segue:

Suponha que uma indústria têxtil utilize, na fabricação de seu produto, fibras de poliéster obtidas por meio de reciclagem de garrafas PET. O custo de produção para esse produto é composto de várias parcelas correspondentes a molde, matéria – prima, salário dos operários, transporte, energia elétrica, aluguel, impostos, entre outros. Algumas dessas parcelas são fixas,

independentemente do número de unidades produzidas. "Assim, o custo de produção por unidade diminui conforme aumenta a quantidade produzida".

Admitindo que, sob determinadas restrições, para cada x unidades fabricadas, o custo total dessa produção, em real, é dado por:

$$f(x) = x\left(50 - \frac{x}{1000}\right) \Rightarrow f(x) = -\frac{x^2}{1000} + 50x.$$

Nesta situação a função é representada por um polinômio do 2º grau; por isso, é chamada de função polinomial do 2º grau ou função quadrática. Assim, toda função do tipo $y = ax^2 + bx + c$, com a, b e c números reais e $a \neq 0$, é denominada função polinomial do 2º grau ou função quadrática. (PAIVA, 2009, p.136).

Para exemplificar a aplicabilidade de funções com a utilização do *software* Graphmática, forneceremos passo a passo algumas atividades para demonstração da relevância do assunto aqui abordada.

ATIVIDADES SOBRE FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA COM USO DO *SOFTWARE* GRAPHMÁTICA

Serão apresentadas algumas atividades que englobam definições e conceitos sobre as funções que podem ser exploradas com o uso do *software* Graphmática.

Atividades sobre Função Afim

Atividade 1: Considere a função, $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = ax + b$, com os parâmetros $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

a) Insira no campo "área editável de função", várias funções do tipo $f(x) = ax + b$, com $a \in \{1, 2, 3, 4, \ldots\}$, e $b = 0$;

b) Insira no campo "área editável de função", várias funções do tipo $f(x) = ax + b$, com $a \in \{\ldots, -4, -3, -2, -1\}$, e $b = 0$;

c) Esta função está definida para todos os valores $x \in \mathbb{R}$?

d) Com base nas retas dos itens "a" e "b", qual o ponto de interseção das retas com o plano OXY ?

e) Insira a função $f(x) = 2x$, na área editável de função e esboce o gráfico da função no Graphmática;

f) Quando o valor de x, passa de x_2 para x_1 com $x_2 > x_1$, o que ocorre com os valores de y. Qual a diferença entre os valores de x escolhidos? E dos respectivos valores de y?

g) Agora, calcule a taxa de variação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ dessa função. Esse valor é igual a qual coeficiente da função?

h) Insira a função $f(x) = -3x$, na área editável de função e esboce o gráfico da função no Graphmática;

i) Quando o valor de x, passa de x_2 para x_1 com $x_2 > x_1$, o que ocorre com os valores de y? Qual a diferença entre os valores de x escolhido? E dos respectivos valores de y?

j) Agora, calcule a taxa de variação $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ desta função. Este valor é igual a qual coeficiente da função?

k) Quais as características observadas nas funções do tipo $f(x) = ax + b$, com $b = 0$, quais são crescentes e quais são decrescentes? Qual a relação na declividade da função com a taxa de variação?

Uma possível resolução para esse problema com o uso do Graphmática

a) Com o Graphmática aberto escolha inicialmente a tabela de pontos: **menu *VER* $\rightarrow$ opção tabela de pontos;**

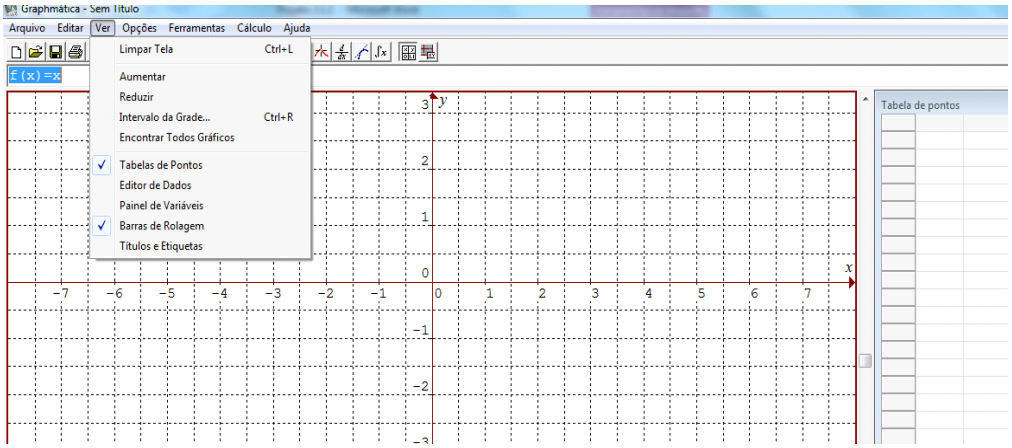


Figura 1: escolha de tabela de pontos no Graphmática.

Em seguida, insira no "campo editável de funções" cada função do item "a":

$$f(x) = x \rightarrow ENTER \rightarrow f(x) = 2x \rightarrow ENTER \rightarrow f(x) = 3x \rightarrow ENTER \rightarrow f(x) = 4x \rightarrow ENTER$$

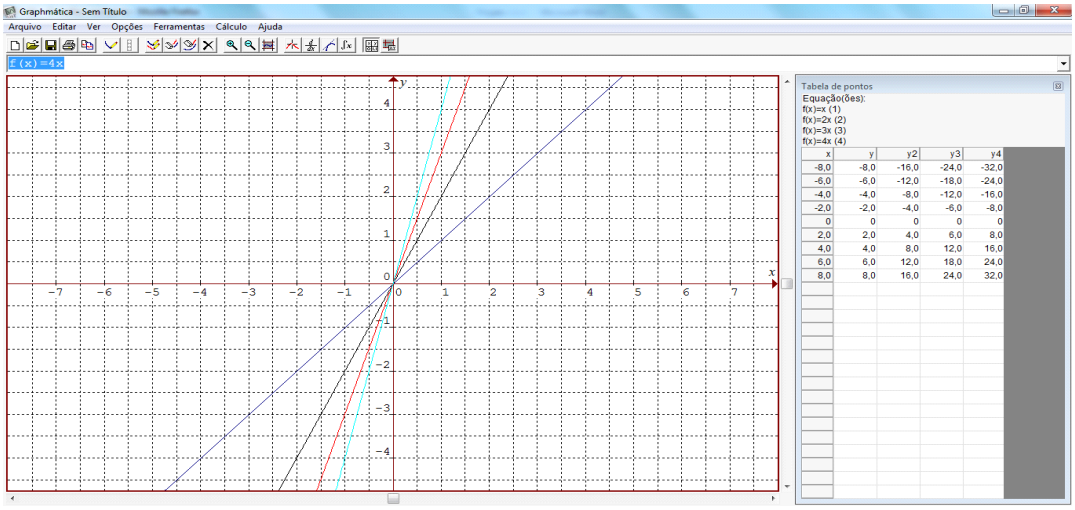


Figura 2: gráfico das funções do item "a" da questão [2]

Limpe área editável de uma função tela do Graphmática, escolhendo a opção [9] do menu, em seguida insira nessa área as funções:

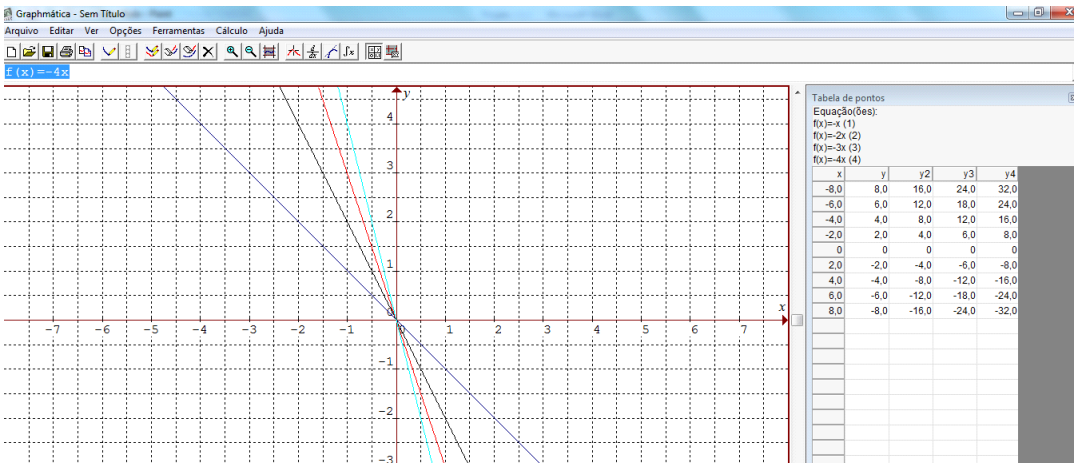


Figura 3: gráfico das funções do item "b" da questão [2].

b) Sim
c) Ponto (0,0)
d) Insira no "campo editável de funções" $f(x) = 2x \rightarrow ENTER$

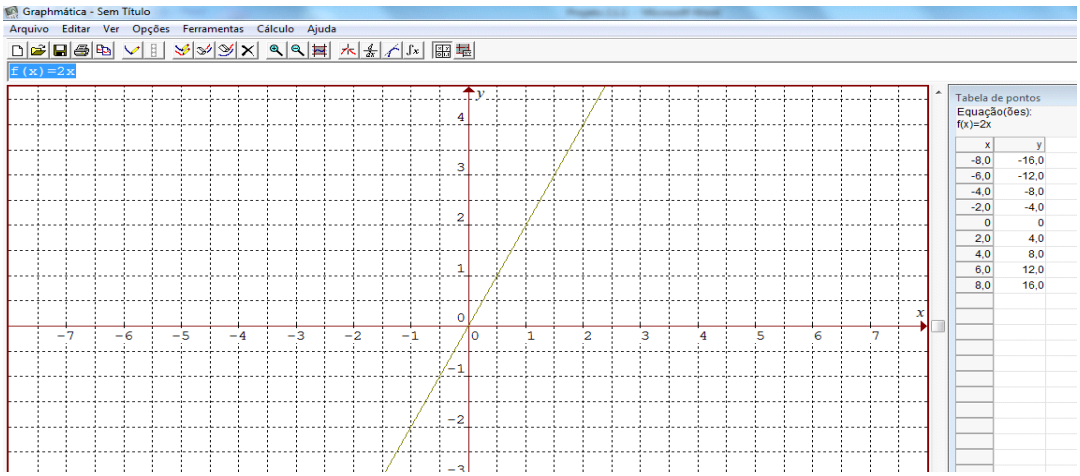


Figura 4: gráfico da função f(x) = 2x

e) Com base na tabela do item "e" escolhendo dois valores quaisquer como $x_1 = -8$ e $x_2 = 6$, os valores de y aumentam de $y_1 = -16$ para $y_2 = 12$. A diferença dos x escolhido aqui será denotado por $\Delta x = x_2 - x_1 = 6 - (-8) = 14$ e a diferença dos y escolhido será $\Delta y = y_2 - y_1 = 12 - (-16) = 28$;

Tabela de pontos
Equação(ões):
f(x)=2x

x	y
-8,0	-16,0
-6,0	-12,0
-4,0	-8,0
-2,0	-4,0
0	0
2,0	4,0
4,0	8,0
6,0	12,0
8,0	16,0

Quadro 2: tabela de valores da função f(x)= 2x.

f) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{28}{14} = 2$, sim.

g) Insira no "campo editável de funções" $f(x) = -3x \rightarrow ENTER$

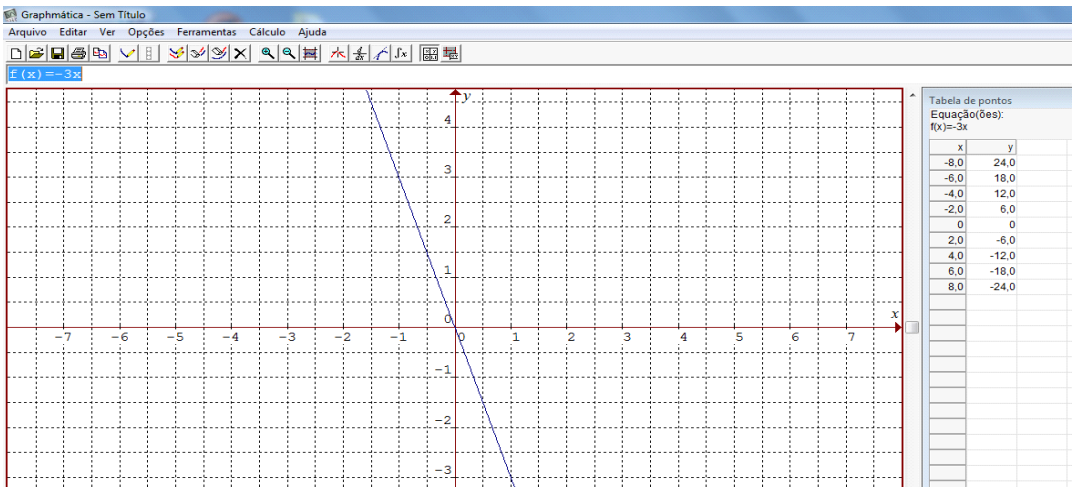


Figura 5: gráfico da função f(x) = - 3x

Tabela de pontos
Equação(ões):
f(x)=-3x

x	y
-8,0	24,0
-6,0	18,0
-4,0	12,0
-2,0	6,0
0	0
2,0	-6,0
4,0	-12,0
6,0	-18,0
8,0	-24,0

Quadro 3: tabela de valores da função f(x) = -3x

Com base na tabela do item "h" escolhendo dois valores quaisquer como $x_1 = -8$ e $x_2 = 6$, os valores de y aumentam de $y_1 = 24$ para $y_2 = -18$. A diferença dos x escolhido aqui será denotado por $\Delta x = x_2 - x_1 = 6 - (-8) = 14$ e a diferença dos y escolhido será $\Delta y = y_2 - y_1 = -18 - 24 = -42$;

h) $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-42}{14} = -3$, sim.

i) As funções do tipo $f(x) = ax$, $a \in \mathbb{R}$, e $a \neq 0$, são funções cujo gráfico é representado por uma reta que passa pela origem, sendo as funções com o parâmetro $a > 0$ crescentes e $a < 0$ decrescentes;

Espera-se que ao término desta atividade os alunos percebam que uma função linear é representada graficamente por uma reta que passa pela origem no plano OXY e que a taxa de variação de uma função afim determina se a função é crescente ou decrescente, e que o valor dessa taxa de variação é igual ao coeficiente angular "a" da reta.

Atividades 2: Uma pessoa vai escolher um plano de saúde entre duas opções: A e B.
Situação 1: O plano A cobra R$ 200,00 de inscrição e R$ 50,00 por consulta num certo período;
Situação 2: O plano B cobra R$ 240,00 de inscrição e 40,00 por consulta no mesmo período;
O gasto total de cada plano é dado em função do número x de consultas.
Determine:
a) a função correspondente ao planos A e B;
b) em que condições é possível afirmar que o plano A é mais econômico;
c) em que condições é possível afirmar que o plano B é mais econômico;
d) em que condições é possível afirmar que os dois planos são equivalentes;
Possível resolução no Graphmática.
Para análise dessa questão com o apoio do Graphmática o aluno deve seguir o tutorial da questão como segue:

Tutorial da atividade 3

1) No Graphmática escolha a opção Editor de Dados de Plotagem;

2) Insira para a situação 1 da questão, valores que satisfaçam a condição em x e y, e clique em Ajuste de Curva;

3) Em dados para Plotar clique em novo e Insira para a situação 2 da questão, valores que satisfaçam a condição em x e y, após clique em Ajuste de Curva;

4) Na opção Ferramentas, clique no ícone procurar intersecção e calcular;

5) Com o gráfico de cada função responda os itens da situação problema proposta.

Atividade 4: Considere a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, do tipo $f(x) = -3x + 12$

a) Esboce o gráfico de f;

b) Para qual valor de $x \in \mathbb{R}$, tem-se $f(x) = 0$?

c) Para quais valores de $x \in \mathbb{R}$, f é positiva?

d) Para quais valores de $x \in \mathbb{R}$, f é negativa?

Tutorial da atividade 4

1) No Graphmática, digite na área editável de função a função $f(x) = -3x + 12$;

2) Com base no gráfico, observe o valor que intersecta o eixo OX, para responder o item "b" da atividade [5];

3) Com base no Gráfico observe a partir de que valor no eixo OX, tem $f(x) > 0$, para responder o item "c" da atividade [5];

4) Com base no Gráfico observe a partir de que valor no eixo OX, tem $f(x) < 0$, para responder o item "d" da atividade [5];

O gráfico da função $f(x) = -3x + 12$, é representado na Fig.14, em seu domínio real.

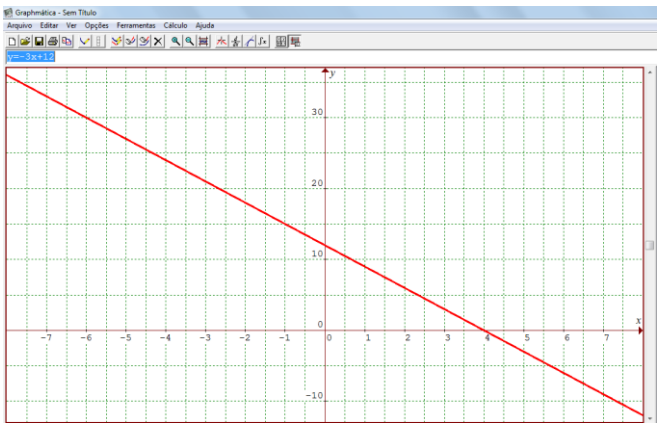


Figura 6: gráfico da função f(x) = -3x + 12.

Atividade 5: Considere as funções definidas no conjunto dos números reais $f_1(x) = -x + 1$, $f_2(x) = -x + 2$, $f_3(x) = -x + 3$ e $f_4(x) = -x + 4$:

a) Esboce o gráfico de cada função com o uso do Graphmática;

b) Em qual valor cada função intersecta o eixo OY? Qual a relação com o valor independente de x de cada função?

c) E a função $f_0(x) = f(x) = x$, em que ponto intersecta o eixo OY?

Tutorial da Atividade 5

Com o *software* Graphmática aberto, digite no campo editável de função as funções reais $f_1(x) = -x + 1$, $f_2(x) = -x + 2$, $f_3(x) = -x + 3$ e $f_4(x) = -x + 4$:

1) Com auxilio do *mouse* role o cursor sobre a reta gerada por cada função e encontre o ponto de interseção entre a reta e eixo OY.

2) Siga os passos do item [2].

Atividades de Funções Quadráticas

Passamos a apresentar algumas atividades sobre função quadrática que podem ser exploradas com o uso do software Graphmática.

Atividades 6: Examinando os gráficos da função definida por $f(x) = ax^2$, para $a = \frac{1}{10}, a = \frac{1}{2}, a = 1, a = 2$ e $a = 5,$ e para $a = -5, a = -2, a = -1, a = -\frac{1}{2}$ e $a = -\frac{1}{10}$, responda:

a) Qual a relação entre o sinal dos valores de a e sentido da concavidade da parábola?

b) Quais os vértices das funções examinadas?

c) Quais as relações entre os valores absolutos de a, e as aberturas das parábolas?

Tutorial da questão 6

Os passos para a resolução desta questão com o auxilio do *software* Graphmática são:

1) Com o *software* Graphmática em uso no computador insira no campo editável de funções as funções apresentadas na atividade, com o cuidado especial para as frações, devendo ser inserido os valores do parâmetro a entre parênteses e a potência da variável x deve ser apertado à tecla *shift no* computador e a tecla do acento circunflexo ao mesmo tempo. Inserindo a primeira e tecle *ENTER* no computador, insira a segunda e tecle *ENTER* no computador, e assim sucessivamente, até ter inserido todas as funções, de maneira que a visualização ficará com na Fig. 7.

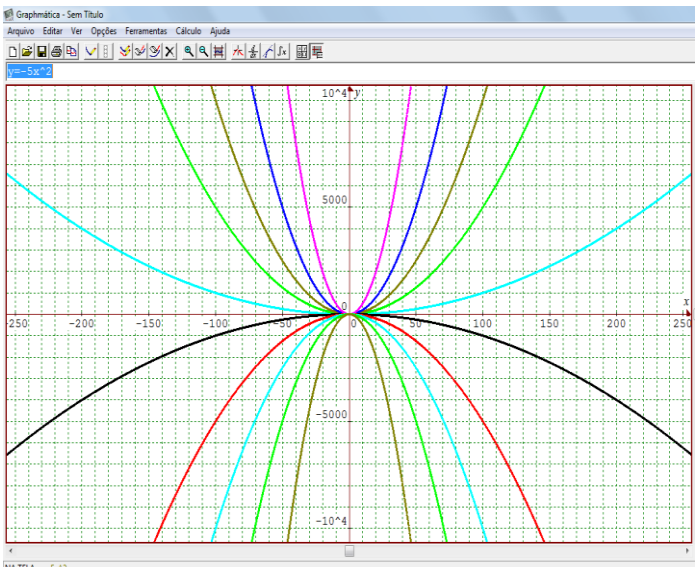


Figura 7: gráfico das funções do tipo f(x)= ax^2.

Pretende-se que o aluno possa após a realização desta questão concluir que:

- Quando o valor de $a > 0,$ a concavidade de parábola está voltada para cima;

- Quando o valor de $a < 0$, a concavidade de parábola está voltada para baixo;
- Todas as parábolas do tipo $f(x) = ax$, com $a \neq 0$, têm o mesmo vértice (0,0) e o mesmo eixo de simetria $x = 0$;
- Quanto menor o valor absoluto de a, maior será a abertura da parábola.

Uma importante definição nessa atividade está voltada para o eixo de simetria do gráfico de uma função quadrática, numa visão mais apurada o aluno poderá perceber que nas funções dadas o eixo de simetria coincide com a abscissa da coordenada do vértice da função, podendo ser determinado por $\frac{-b}{2a} = x_v$ e, conseqüentemente, generalizar está informação para todas as funções quadráticas. Poderá também perceber que o afastamento que o gráfico tem do eixo de simetria é igual ao acréscimo x, tanto a esquerda do eixo como a direita do eixo de tal forma que $f\left(-\frac{b}{2a} + x\right) = f\left(-\frac{b}{2a} - x\right)$.

Atividade 6: Examine os gráficos das funções quadráticas do tipo $f(x) = ax^2 + k,\ a \neq 0$ e $k \in \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = x^2 + 2,\ g(x) = x^2 + 1, h(x) = x^2 - 1,\ \varphi(x) = x^2 - 2$ e determine o que se pede:

a) Quais os pontos de interseção das parábolas com o eixo OY?

b) Insira as retas $y = -2,\ y = -1,\ y = 1,\ y = 2$ no Graphmática, e descubra a relação de cada uma com os pontos de máximo e mínimo das funções?

c) Determine os valores dos máximos e mínimos e discuta uma forma generalizada da representação do ponto de máximos ou mínimos das funções do tipo $f(x) = ax^2 + k, a \neq 0.$

Tutorial da Questão 6

É semelhante ao tutorial da atividade 5, deve ser inserido no campo editável de funções cada função de uma vez, clicando na tecla ENTER do computador sempre que for adicionada uma função. O mesmo procedimento ocorre para a inserção das retas para a letra b da atividade. Uma visualização dos gráficos é dada na Fig. 8.

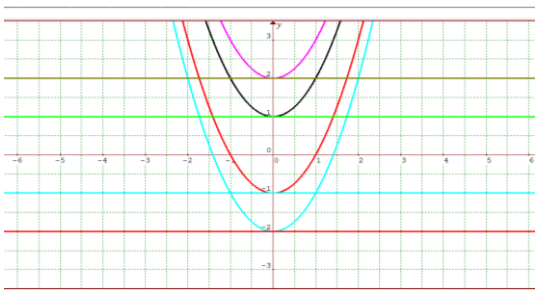


Figura 8: gráficos das funções do tipo f(x)= ax^2 + k.

Atividade 7: Examine os gráficos das funções quadráticas do tipo $f(x) = ax^2 + k,\ a \neq 0$ e $k \in \mathbb{R}$, definidas por

$f(x) = -x^2 + 2,\ g(x) = -x^2 + 1, h(x) = -x^2 - 1,\ \varphi(x) = -x^2 - 2$ e determine o que se pede:

a) Quais os pontos de interseção das parábolas com o eixo OY?

b) Insira as retas $y = -2,\ y = -1,\ y = 1,\ y = 2$ no Graphmática, e descubra a relação de cada uma com a reta $y = 0$?

c) Determine a relação existente entre os gráficos das funções do $f(x) = ax^2 + k, a \neq 0$ e a função do tipo $f(x) = x^2$.

Tutorial da Atividade 7

Usa-se o mesmo da atividade [6]
Pretende-se após a realização da atividade 7 e 8 que o aluno consiga compreender e generalizar que:

- Os pontos de interseção das parábolas com o eixo OY, determina para estas funções o ponto de máximo ou mínimo, que pode ser generalizado para as funções do tipo $f(x) = ax^2 + k, a \neq 0,$ com o ponto $(0,k)$ sendo este máximo ou mínimo.

- A relação é que os gráficos foram deslocados k unidades acima ou abaixo em relação a reta $y = 0;$

- O gráfico $f(x) = ax^2 + k$ é congruente ao gráfico da função $f(x) = ax^2$, porém sua posição é, em valores absolutos, k unidades acima ou abaixo, conforme k seja positivo ou negativo. Neste sentido o gráfico da função $f(x) = ax^2 + k$ é o gráfico da função $f(x) = ax^2$ transladado k unidades, segundo o eixo y.

Atividade 8

Dadas a funções $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,
$f(x) = x^2 - 4x + 4, G(x) = x^2 - 6x + 5,\ h(x) = -x^2 - 4x - 6$:

a) Determine com lápis e papel o valor do discriminante de cada função.

b) Esboce o gráfico de cada função no *software* Graphmática com o uso do computador.

c) Em quantos pontos o gráfico de f intersecta o eixo OX do plano cartesiano?

d) Em quantos pontos o gráfico de g intersecta o eixo OX do plano cartesiano?

e) Em quantos pontos o gráfico de h intersecta o eixo OX do plano cartesiano?

f) Quantas raízes reais têm as funções f, g, h ? Qual a relação entre o discriminante e o número de raízes de uma função quadrática?

Tutorial Atividade 8

1º passo: Primeiramente será calculado o discriminante de cada função com pede o item "a" que pode ser obtido pela expressão $b^2 - 4ac$, e usualmente chamamos de Δ, assim o discriminante de cada função pode ser calculado por $\Delta = b^2 - 4ac$, de modo que para f, temos

$b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4.1.4 = 16 - 16 = 0 = \Delta$; para g, temos $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4.1.5 = 36 - 20 = 16 = \Delta$ e para h, temos que $\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4.(-1).(-6) = 16 - 24 = -8$

2º Passo: com o computador ligado e o *software* Graphmática funcionando digite no campo editável de funções as funções f, g e h, devendo ficar semelhante a Fig. 9 que segue,

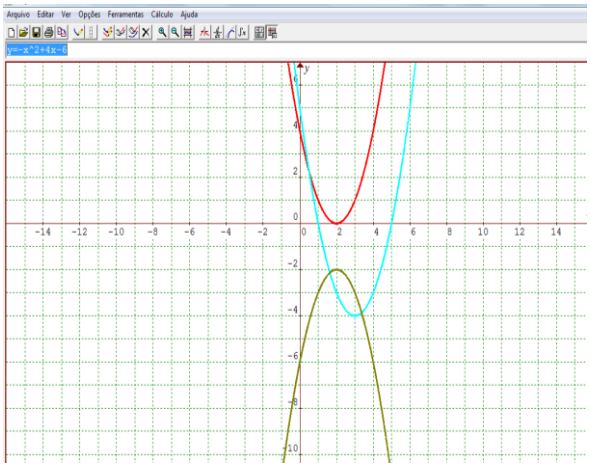


Figura 9: gráficos das funções da atividade 10.

3º passo: análise dos itens de "c" a "f", devendo o aluno perceber que: O gráfico da função f, intersecta o eixo OX somente em um ponto e que o gráfico da função g intersecta o eixo OX em dois pontos enquanto que o gráfico da função h não intersecta o eixo OX. Deverá perceber também que a quantidade de vezes que o gráfico da função intersecta o eixo OX representa a quantidade de zeros que a função tem, para que cada aluno perceba que o ponto de intersecção é o zero da função, poderá ser pedido que cada aluno arraste o cursor do computador até o ponto desejado e observe no rodapé do software a movimentação dos pontos. Assim cada aluno deverá perceber que a função f possui uma raiz real, a função g possui duas raízes reais e a função h não possui raiz real. A partir dessas observações a atividade deve levar o aluno a relacionar o discriminante com o número de raízes de um função quadrática, de modo que eles percebam que:

$\Delta > 0$, a função terá duas raízes reais e distintas ;

$\Delta = 0$, a função terá duas raízes reais e iguais;

$\Delta < 0$, a função não terá raiz real.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O *software* Graphmática mostrou-se muito útil na construção e análise de gráfico de funções, utilizar uma ferramenta tão poderosa como o Graphmática nas aulas de matemática na educação de Jovens e Adultos é inserir o aluno num ambiente apropriado e fazê-los apropriar deste novo olhar para a educação. O *software* tem uma boa apresentação e é de fácil utilização, o que pode atrair maior atenção dos alunos da EJA.

As atividades desenvolvidas exploraram deste de zeros de funções até ponto de máximo e mínimo, fazendo também um breve comentário sobre eixo de simetria de funções quadráticas.

O trabalho explora o *software* Graphmática e as funções afins e quadráticas de modo a levar o aluno construir às generalizações e os conceitos Matemáticos a partir das atividades propostas. Um bom exemplo desta generalização pode ser vista na exploração da atividade 8, onde o questionamento ali aplicado leva o aluno a uma compreensão de que o discriminante de uma função quadrática determina se a função terá pontos de interseção com o eixo OX no plano OXY e o número de raízes de uma função quadrática.

As atividades propostas no trabalho buscam fazer com que o aluno consiga resolve-las de maneira relativamente fácil e que ao mesmo tempo leve a uma reflexão e apropriação dos conceitos e generalizações possíveis.

A viagem feita nos conceitos de funções afins e quadráticas levou o aluno a compreender comportamentos gráficos e algébricos importantes nessas funções, a interação que o software trouxe foi relevante para que o eles pudessem devolver propriedades e conceitos matemáticos, como notamos na atividade 7, onde o aluno conseguiu visualizar o eixo de simetria e a beleza de uma função quadrática, eixo esse tão difícil de ser percebido nos trabalhos e construções manuais de gráficos de funções quadráticas.

REFERÊNCIAS

Araújo, I. B. (2007). Uma abordagem para a prova comconstruções Geométricas e Cabri Gèometre. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP.

Balacheff, N., Kaput, J. (1996). *Computer – Based. Environments in Mathematics. En International Handbook of Mathematical Education*, Bishop, A. et al(eds), pp.469-501. Kluwer Academic Publishers.

Beloni, M. L. (2001). O que é Midia-Educação. Campinas: autores associados.

Borba, M. C. ; Penteado, M. G. (2001). Informática e Educação Matemática, Autêntica, 98p.

Borba, M. C.; Penteado, M. G. (2000). A Informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão, São Paulo, Olho d'água.

Doll JR. , Willian E**.** (1997) Currículo: uma perpectiva pós-moderna. Trad. Maria Adriana Veríssimo Veronese. Porto Alegre: Artes Médias.

Fainguelernt, E. K., Nunes, K. R. A. (2012) Matemática: práticas pedagógicas para o Ensino Médio – Dados eletrônicos - Porto Alegre: Penso.

Fasheh, M. (1908). Matemática. Matemática, Cultura e Poder. Berkeley, Califórnia, 1980.

Fonseca, M. C. F. R**.** (2005). Educação Matemática de Jovens e Adultos: especificidades, desafios e contribuições. Coleção Tendências em educação Matemática, Autêntica Editora, Belo Horizonte.

Levy, P. (1995) As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática. Editora 34, Rio de Janeiro.

Lima, E. L.; Carvalho, P. C. P.; Wagner, E.; Morgado, A. C. (2006). A Matemática do Ensino Médio, V. 1. 6. Ed. Rio de Janeiro: SBM. ISBN: 8585818107.

Miorin, M. A. (1998). Introdução à História da Educação Matemática, São Paulo: Atual.

Reis, A. M. (2011). Uma proposta para o ensino de função afim a partir de erros dos alunos no primeiro ano do ensino médio – Mestrado Profissional em Matemática, São Paulo. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP.

Sousa, L. G. (2006). O papel da Matemática na Economia. Artigos de Economia.

Tajra, S. F. (2000) Informática na Educação: Novas Ferramentas Pedagógicas para o professor da atualidade, 4. Ed. Erica.

Valente, J. A**.,** (1994) Diferentes usos do Computador na Educação. Em Aberto. Ministério da Educação e Desposrtos. VoL. 12, nº 57.

Valente, J.A., (1999). O computador na Sociedade do Conhecimento. Campinas: Unicamp/NIED.

Vasconcelos, P. (2008). O uso do computador na educação: algumas reflexões. Olinda, PE, Livro Rápido.

Copyright © 2013. Marinaldo<Marinaldo Felipe da Silva e Rodrigo Ruiz Brasil>. Os autores concedem licença não exclusiva, aos organizadores do VI HTEM, para publicar este documento no CD de trabalhos completos do evento. Qualquer outro uso é proibido sem o consentimento dos autores.