USO DA TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA FINANCEIRA

Ms. Aparecida Patrícia Roberto Marchioni

Mestre pelo PROFMAT UFSCar

pmarchioni@globo.com

Prof. Dr. Márcio de Jesus Soares (orientador)

UFSCar/ São Carlos

marciojs@dm.ufscar.brCar

Este artigo relata algumas atividades aplicadas a duas turmas da série final do ensino médio de uma escola estadual do interior de São Paulo sobre a Matemática financeira. O objetivo principal destas atividades consistiu em associar o estudo da matemática financeira com os conceitos matemáticos que a embasam, como as progressões aritméticas e geométricas e o fator de aumento, evitando, assim, o uso de fórmulas "decoradas" e muitas vezes sem sentido para o aluno. Para estas atividades foi essencial o uso das tecnologias facilitando e propiciando o processo de aprendizagem e análise de problemas com dados reais. Contou-se com o uso da calculadora comum para o cálculo das prestações em financiamentos em que estas são iguais (Sistema Price). Observa-se que quando a calculadora não é utilizada, geralmente, são feitos arredondamentos das potências em duas casas decimais, o que pode gerar diferenças consideráveis nos resultados, conforme será detalhado neste no decorrer deste artigo. Os alunos também tiveram acesso a calculadora financeira e puderam verificar os problemas que haviam resolvido manualmente, agora com o uso deste recurso tecnológico. Para o cálculo das prestações também foi construída uma tabela no Excel facilitando a análise de financiamentos. Como exemplo atual de financiamento, foi feita uma simulação do FIES (Financiamento Estudantil), através do site do agente financeiro, seguida de análise da planilha financeira gerada.

Palavras-chave: Matemática Financeira, Ensino Médio, Tecnologia.

INTRODUÇÃO

A matemática financeira é um assunto recente na educação básica brasileira. Atualmente, sua abordagem, quando ocorre, geralmente acontece de forma desconectada dos conteúdos matemáticos que a embasam, apoiando-se em fórmulas prontas e decoradas.

Trabalhando com duas turmas da 3ª série do Ensino Médio da E. E. "Prof. Aníbal do Prado e Silva", em Taquaritinga, interior do estado de São Paulo, percebeu-se a necessidade de abordar o tema matemática financeira, já que muitos alunos desconheciam seus conceitos básicos, embora este seja proposto na 1ª série do Ensino Médio na atual proposta do Estado de São Paulo.

Mediante estas constatações foi elaborada uma sequência didática composta por 7 atividades: fator de aumento e desconto, aumentos e descontos sucessivos, juros simples e composto, fluxo de caixa, comprar à vista ou a prazo?, sistemas de financiamento e FIES (Financiamento estudantil), totalizando 11 aulas de 50 minutos, que foram aplicadas e analisadas com estas duas turmas consistindo na dissertação de mestrado.

O objetivo primordial destas atividades foi facilitar a compreensão do aluno no estudo da matemática financeira embasada nos conceitos das progressões aritmética e geométrica, bem como nos conceitos de funções afim e exponencial, ou seja, o estudo deste tema não se baseou em apenas decorar fórmulas e aplicá-las. Além disso, trabalhar com questões reais relativas ao tema.

O uso da calculadora comum tornou-se essencial na resolução de alguns problemas e o aluno pôde perceber que não basta ter este instrumento para o seu uso se não souber realmente os conceitos ma-

temáticos envolvidos na questão. Assim, a calculadora tornou-se a ferramenta para agilizar cálculos muito extensos, pois quem teve que pensar mesmo e dominar a máquina foi o aluno.

Havia ainda a opção de não utilizar este recurso tecnológico, o que exigiria a adequação dos dados apresentados em problemas reais ou mesmo a aproximação de potências, o que pode afetar de maneira marcante o resultado final dos problemas, conforme será relatado no decorrer deste artigo.

As simulações do FIES (Financiamento Estudantil) para estudo foram acessadas através do *site* https://www3.caixa.gov.br/fies/asp/Simulador/Simulador.asp.

Durante o estudo do cálculo das Prestações nos financiamentos foi construída uma tabela no Excel para agilizar os cálculos e priorizar a análise do financiamento.

A seguir apresentaremos o histórico da matemática financeira no ensino médio e focaremos apenas algumas atividades em que os recursos tecnológicos foram utilizados com maior ênfase. O trabalho completo encontra-se no site da biblioteca da UFSCar (www.bco.ufscar.br) com o título: "Uma Proposta de Abordagem da Matemática Financeira no Ensino Médio".

HISTÓRICO DO TEMA NO ENSINO MÉDIO

O estudo da matemática financeira no ensino médio brasileiro é recente. O primeiro contato que tivemos com este conteúdo aconteceu de forma muito superficial no final do ensino superior (1995) e depois com estudos já realizados como docente.

De fato, a Proposta Curricular para o Ensino de Matemática 2º grau (atual Ensino Médio) relatava este problema:

> O assunto Matemática Financeira não possui tradição no ensino de matemática por não ser ministrado sistematicamente nas escolas do 2º grau. Por causa dessa falta de tradição, talvez haja alguma resistência com relação à sua introdução nos conteúdos atualmente ensinados.
>
> Secretaria da Educação (1992)

O professor Augusto César Morgado (*in memoriam*) também relatou de forma bem clara este problema durante uma de suas exposições para professores do Ensino Médio em 2002, gravada e retransmitida em sua homenagem em 2010:

> Matemática Financeira é um assunto que inexplicavelmente não costuma ser ensinado no Ensino Médio. Então a gente chega no Brasil a esta situação absurda de um aluno com 11 anos de Matemática , 8 no fundamental e 3 no médio, sai do ensino médio, entra na universidade e não é capaz de decidir racionalmente entre uma compra à vista com desconto e uma compra a prazo. Ao mesmo tempo ele aprendeu a fazer contas com Matrizes, aprendeu o que são Números Complexos e é incapaz de decidir racionalmente entre uma compra à vista e uma compra a prazo. Isto é, na minha opinião, uma maluquice total. Matemática Financeira pode e deve ser ensinada no Ensino Médio e a hora adequada é exatamente ligada a Progressão Geométrica, portanto na 1ª série ou na 2ª série, dependendo do Currículo de cada escola.
>
> Augusto César Morgado (2002)

Concorda-se com a afirmação do professor Morgado de que o melhor momento para estudar a Matemática Financeira é realmente ao estudar as progressões aritmética e geométrica, como mostra, por exemplo, a atual proposta Curricular do Estado de São Paulo, abordando como primeiro conteúdo na 1ª série do Ensino Médio o estudo das progressões, seguido do enfoque da Matemática Financeira ligada ao tema. Comparando aos materiais apostilados, que ainda estão defasados em relação a esta abordagem, o avanço trazido pela Proposta Curricular atual é ainda mais evidenciado.

Os livros didáticos, quando apresentam o assunto, o fazem ligando-o somente ao estudo das funções ou, o que é pior, completamente desconectados dos conteúdos matemáticos, apresentando-o com fórmulas já prontas, conforme relatado no Guia de Livros Didáticos:

> Na classificação dos conteúdos adotada no PNLD 2012, consideramos a matemática financeira no campo das funções pela importância das funções linear e exponencial como modelos para os problemas dessa área. No entanto, apenas uma das coleções aprovadas faz, explicitamente, tais conexões. Na matemática financeira, os conteúdos mais abordados são porcentagem, acréscimo e desconto, juros simples e compostos. Observamos, na abordagem desses tópicos, muita ênfase ao emprego direto de fórmulas, o que não é desejável. Esse é um assunto que deveria instrumentalizar o aluno para a cidadania, e isso pode ser feito por meio da exploração de problemas adequados e atuais.
>
> (Ministério da Educação, 2012, p.31)

Faz-se necessária e urgente uma formação direcionada aos professores, pois muitos nem sequer tiveram este conteúdo em sua formação e outros, ainda, o viram com abordagem nem sempre aprofundada.

A seguir, uma análise mais detalhada da atual proposta estadual de São Paulo com relação ao ensino da Matemática Financeira e algumas atividades que foram desenvolvidas com os alunos.

JUROS SIMPLES E COMPOSTO

Na Proposta estadual de São Paulo

Após o estudo das Progressões Aritmética e Geométrica, na proposta curricular da 1ª série do Ensino Médio há um subtítulo indicado por Aplicações da Matemática Financeira. Começa imediatamente o assunto com a comparação entre juros simples e compostos. Entendemos que é preciso trabalhar o fator de aumento antes do tema; o aluno consegue compreender melhor os cálculos do montante e prestações.

O problema proposto inicialmente é o ilustrado na Tabela 1.

Tabela 1: Caderno do Aluno, 1ª série do ensino médio, p.43

1. Complete:

Tabela A

Capital = C

Taxa de juros = 5% ao mês

	Evolução do capital a juros simples	Evolução do capital a juros compostos
Inicial	C	C
Depois de 1 mês	1,05.C	1,05.C
Depois de 2 meses	1,10.C	$1,05^2$.C
Depois de 3 meses		
Depois de 4 meses		

Este problema inicial consiste em comparar juro simples e composto com um valor genérico C e a fórmula é apresentada diretamente. Método esse que, aliás, entendemos não ser a melhor alternativa Convém introduzirmos o tema com um problema que estipule um valor inicial (Capital) e que trabalhe a construção de uma tabela mais ampla com o aluno, analisando o que acontece no decorrer do tempo. A fórmula é a consequência deste processo. A seguir, a alternativa que propomos.

Nova abordagem

• Apresentar aos alunos o seguinte problema:

Emprestei R$ 1.000,00 de um amigo e combinei pagar-lhe uma taxa de 10% ao mês. Quanto terei que pagar após 5 meses?

• Montar as tabelas (tabelas 2 e 3), construindo-a com os alunos e analisando mês a mês;

• comparar juro simples e composto (relacionar respectivamente a PA e PG);

• a fórmula será etapa final do processo (geralmente o aluno pergunta se não tem um jeito mais fácil, já que pela tabela torna-se muito trabalhoso quando os prazos são longos);

Tabela 2: Juro simples

Tempo	**Saldo no inicio do período**	**Juros**	**Saldo no final do período**
1	1.000,00	10% de 1.000 = 100	1.100,00
2	1.100,00	10% de 1.000 = 100	1.200,00
3	1.200,00	10% de 1.000 = 100	1.300,00
4	1.300,00	10% de 1.000 = 100	1.400.00
5	1.400,00	10% de 1.000 = 100	1.500,00
Total	-	50% de 1.000 = 500	1.500,00

Tabela 3: Juro composto

Tempo	**Saldo no inicio do período**	**Juros**	**Saldo no final do período**
1	1.000,00	10% de 1.000 = 100	1.100,00
2	1.100,00	10% de 1.100 = 110	1.210,00
3	1.210,00	10% de 1.210 = 121	1.331,00
4	1.331,00	10% de 1.331 = 133,10	1.464,10
5	1.464,10	10% de 1.464,10 = 146,41	1.610,51
Total	-	610,51	1610,51

Depois de discutir o problema acima, propõe-se aos alunos a resolução do exercício que consiste em calcular o montante e os juros de uma aplicação de R$ 5.000,00, com uma taxa de juros mensal de 1% por um período de 1 ano nos dois regimes de capitalização (juro simples e composto).

Quando este problema foi aplicado alguns alunos perguntaram se não tinha um jeito mais fácil, uma fórmula para resolver, ao invés de montar a tabela e resolver mês a mês o cálculo do montante. Neste momento, sentiram a necessidade de uma ferramenta matemática para facilitar a resolução do problema e justamente foi neste momento formalizado o conceito de cálculo.

Na maioria dos livros didáticos trabalha-se o cálculo dos juros simples com a seguinte fórmula decorada: "J = C. i. t" sendo J os juros, C o capital, i a taxa e t o tempo, e depois soma-se com o montante. Já o juro composto geralmente é estudado calculando-se inicialmente o montante e obtendo os juros através da subtração entre o montante e o capital. Neste trabalho foi abordado primeiramente o cálculo do montante nos dois casos, da seguinte maneira:

- Juro simples:

Fator de aumento = 100% + 12% = 112% = 1,12

Montante = 5.000,00 x 1,12 = 5.600,00.

Juros simples = 600,00.

- Juro composto:

Fator de aumento = 100% + 1% = 101% = 1,01

Montante:

Depois de 1 mês: 5000,00 x 1,01

Depois de 2 meses: 5.000,00 x 1,01 x 1,01 = 5.000,00 x $1,1^2$

...

Depois de 12 meses: 5.000,00 x $1,01^{12}$ = 5634,12.

Observou-se que alguns alunos encontraram o montante no caso dos juros simples de maneira diferente da apresentada acima. A seguir uma destas resoluções:

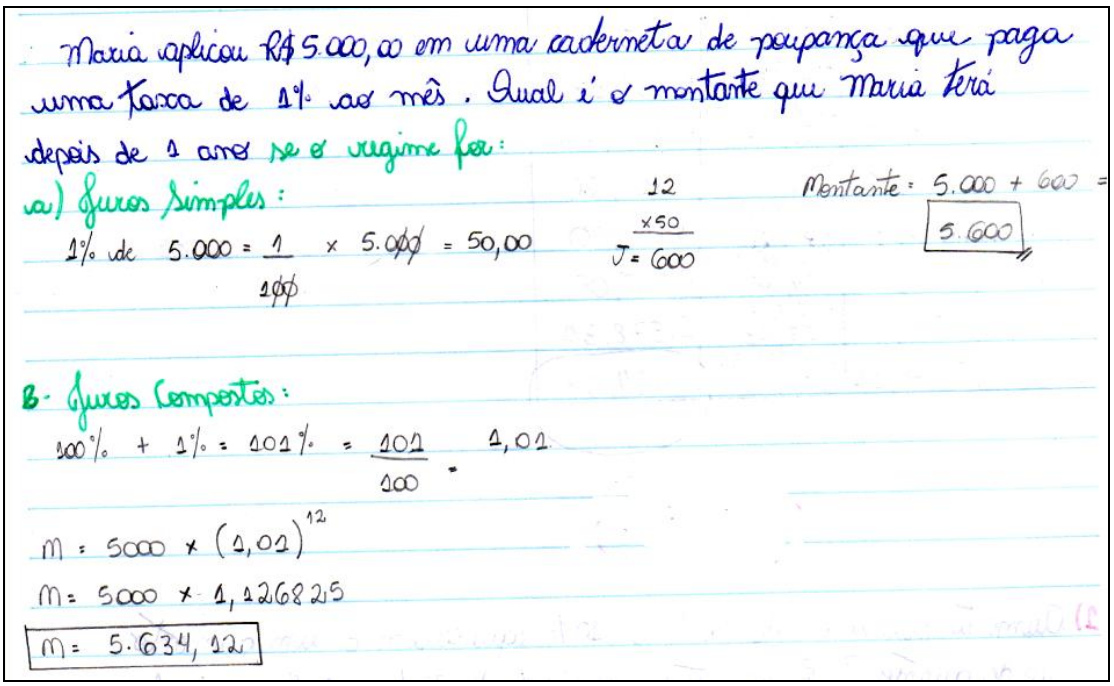


Figura 1: Resolução do problema por uma aluna do 3º B .

Na resolução acima, percebe-se claramente que, no caso dos juros simples, a aluna calculou os juros correspondentes a um mês e multiplicou o resultado por 12, encontrando os juros do período todo. Finalmente somou os juros com o valor inicial obtendo o montante de R$ 5.600,00.

Outro aluno resolveu da seguinte maneira: como são 12 meses e a taxa é de 1% ao mês, nos juros simples o total de juros será 12% de 5.000,00 = 600,00 e, somando com o capital inicial de 5.000,00, obtém-se corretamente o montante de R$ 5.600,00.

Importante observar que, independente das resoluções apresentadas, estas não constituem fórmulas prontas e sim são resultantes da compreensão do conceito explorado na metodologia inicial desta atividade através das tabelas. As fórmulas não constituem o enfoque principal desta proposta, e sim a compreensão dos conceitos envolvidos.

O uso da calculadora comum e financeira

No problema apresentado anteriormente foi utilizada a calculadora comum para encontrar a potência

$(1,01)^{12}$. Notou-se inicialmente que os alunos digitavam: 1,01 x 1,01 = (aparecendo no visor 1,0201). Com este valor digitavam x (sinal da multiplicação) 1,01= (igual) e assim por diante. Desconheciam o processo mais rápido de cálculo. Foi discutida a seguinte forma: digita-se 1,01, o sinal de vezes e a seguir o sinal = (11 vezes), obtendo o resultado final mais rapidamente.

Foi mostrada aos alunos a calculadora financeira HP 12C e, em pequenos grupos, os alunos puderam acompanhar pela professora a resolução do exercício 1, conferindo a resposta encontrada por eles. É interessante o aluno saber da existência deste instrumento tecnológico, mesmo que não esteja disponível para utilização em sala de aula.



Figura 2: Calculadora financeira HP 12C. Fonte: http://epx.com.br/ctb/hp12c.php.

Para encontrar a resposta do exercício 1, nessa calculadora, basta digitar o valor presente (capital) representado pela tecla PV (*present value* = valor presente), que no exercício corresponde a 5.000, a taxa mensal (i) que é igual a 1% e o tempo, que na calculadora é representada pela letra n (número de períodos) igual a 12 . Primeiro, digita-se o valor e depois a tecla correspondente, ou seja, digita-se 5000, em seguida a tecla PV; digita-se 1, em seguida a tecla i; digita-se 12, e em seguida a tecla n. Digitando agora FV (*future value* = valor futuro), obtém-se a resposta do problema, que pode ser apresentada com até 9 casas decimais.
O objetivo foi apenas apresentar este instrumento, que contém a fórmula de cálculo em sua memória. Alguns alunos se interessaram bastante e depois conferiram a resposta de outros exercícios realizados com a calculadora.
Interessante que com a metodologia adotada ficou bem claro para o aluno que não adianta ter a calculadora se não souber os conceitos envolvidos na resolução dos problemas. Ficar somando as porcentagens mês a mês para o cálculo do montante, mesmo com a ajuda da calculadora simples, não é um bom negócio, dá muito trabalho e é bem fácil se perder no caminho. Se for utilizado o fator de aumento e a potência, a calculadora torna-se uma ferramenta bem útil.

IMPORTÂNCIA DA CALCULADORA COMUM NO CÁLCULO DAS PRESTAÇÕES

Cálculo das prestações na proposta estadual

Observe a seguir, na figura 3, como é solucionado o problema 4 sobre o cálculo da prestação no caderno do professor na proposta estadual:

Problema 4

Uma geladeira cujo preço à vista é de R$ 1 500,00 será financiada em seis parcelas mensais fixas. Se os juros compostos cobrados no financiamento dessa geladeira são de 3% ao mês, qual é o valor da parcela mensal? (Dado: $1{,}03^6 = 1{,}19$.)

O valor futuro da geladeira, em seis meses, será igual $1\,500 \cdot 1{,}03^6 = 1\,500 \cdot 1{,}19 = 1\,785$.

A soma das parcelas fixas, a 3% de juros compostos ao mês, recai em: $S = P \cdot (1{,}03 + 1{,}03^2 + \ldots + 1{,}03^6)$, *onde P é o valor da parcela fixa mensal. Como* $S = 1\,785$, *tem-se:* $1\,785 =$

$$P \cdot \frac{1{,}03^6 \cdot 1{,}03 - 1{,}03}{1{,}03 - 1} = P \cdot \frac{1{,}03(1{,}03^6 - 1)}{0{,}03}$$

$$P \cdot 34{,}33 \cdot (1{,}03^6 - 1) =$$

$$P \cdot 34{,}33 \cdot 0{,}19 =$$

$$1\,785 = P \cdot 6{,}5227 \Rightarrow P = 273{,}65$$

Portanto, a parcela mensal deverá ser igual a R$ 273,65.

Figura 3: Caderno do professor, p. 49.

Embora a proposta da Secretaria da Educação incentive o uso das calculadoras, as resoluções no caderno do professor são feitas considerando 2 casas decimais, produzindo diferenças consideráveis nos resultados. Assim, por exemplo, o problema acima (fig. 3), no caderno do professor é resolvido com aproximação de duas casas decimais, obtendo como prestação R$ 273,65. Realizando os cálculos com 6 ou mais casas decimais, o valor da prestação é igual R$ 268,83, ou seja, há uma diferença de R$ 4,82 em cada prestação. Como são 6 prestações haverá uma diferença total de R$ 28,92. Para evitar este problema, o ideal seria utilizar 6 casas decimais, o que torna as contas muito trabalhosas. Percebe-se assim a importância da calculadora. Também deveria ser explicitado o critério de arredondamento, para que sejam eliminadas ou compreendidas as diferenças daí decorrentes.

Outro problema detectado é o fato de que, no enunciado, não fica claro se haverá ou não pagamento no ato da compra. Entende-se também que a visualização geométrica através da linha do tempo e das flechas facilita a compreensão dos cálculos conforme será apresentada no tópico a seguir para o cálculo da prestação.

Cálculo das prestações nas atividades com os alunos participantes da pesquisa

Um dos problemas propostos e resolvidos pelos alunos participantes da pesquisa foi o seguinte:

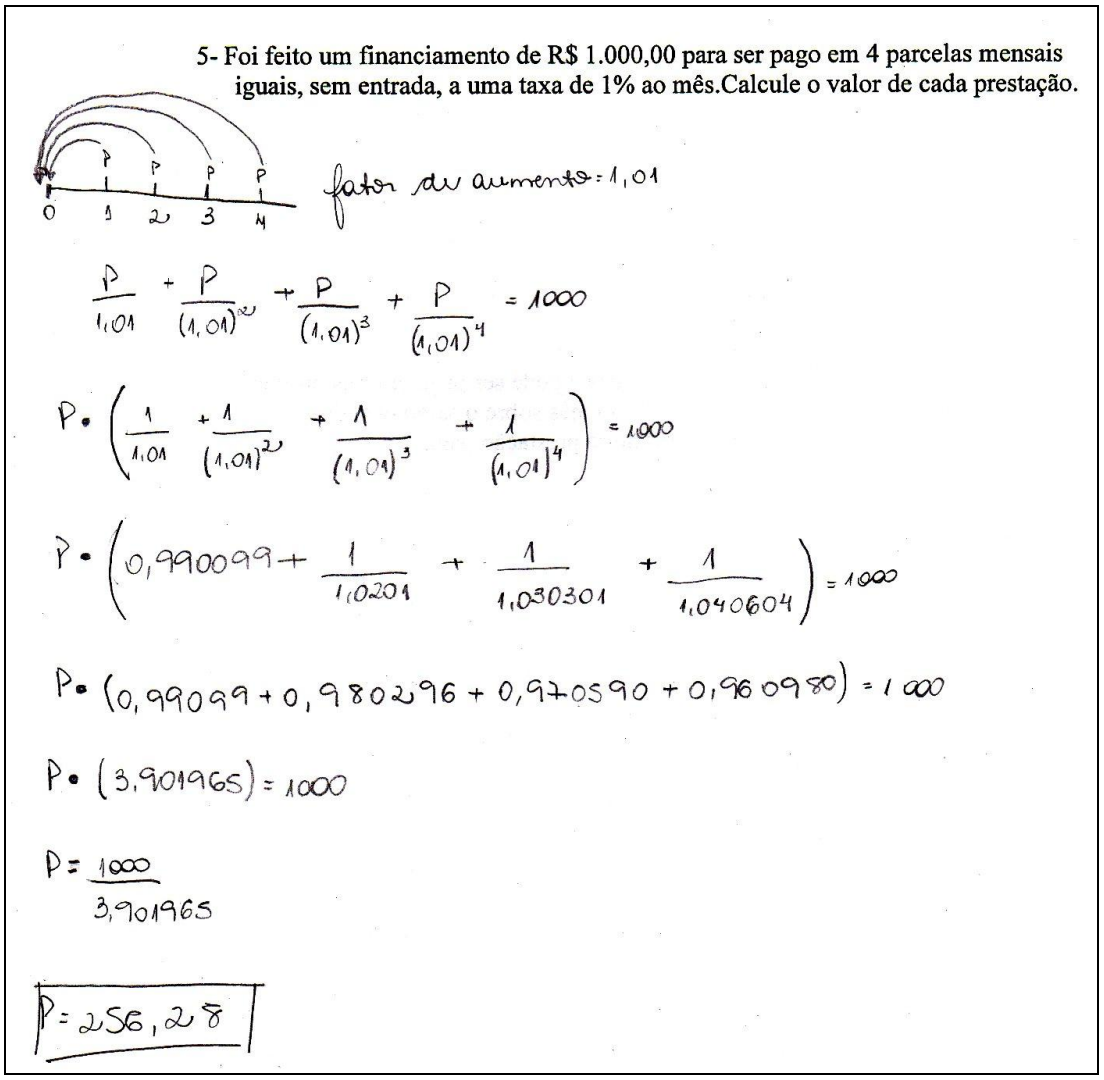


Figura 4: Resolução do problema 5 por uma aluna do 3º A.

Os alunos resolveram estes problemas com o auxílio de uma calculadora comum, mas, mesmo com este instrumento, os cálculos são demorados para encontrar o valor da prestação. E se tivéssemos um produto financiado em 24 parcelas, por exemplo, os cálculos seriam ainda mais trabalhosos. Por isso, foi trabalhada uma forma de simplificação, que consiste em aplicar a fórmula da soma de uma progressão geométrica durante a resolução, como explicado a seguir usando o problema 5 como modelo.

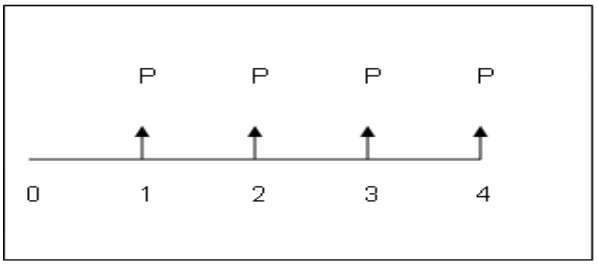


Figura 5: Resolução do problema 5 – parte 1

"Trazendo" todas as prestações para a data 0 e comparando com o valor financiado na data 0, ou seja, R$ 1.000,00, teremos:

$$\frac{P}{1{,}01}+\frac{P}{(1{,}01)^2}+\frac{P}{(1{,}01)^3}+\frac{P}{(1{,}01)^4}=1.000$$

$$P\cdot\left(\frac{1}{1{,}01}+\frac{1}{(1{,}01)^2}+\frac{1}{(1{,}01)^3}+\frac{1}{(1{,}01)^4}\right)=1.000$$

Soma de PG de razão $q=\frac{1}{1{,}01}$ e 1° termo $a_1=\frac{1}{1{,}01}$

Figura 6: Resolução do problema 5 – parte 2

Sabendo que a soma da PG é calculada pela fórmula:

$$S=a_1\cdot\frac{q^n-1}{q-1}\text{, sendo } \boxed{a_1=q=\frac{1}{1{,}01}}$$

$$S=q\cdot\frac{q^n-1}{q-1}$$

$$S=\frac{q^{n+1}-q}{q-1}$$

Figura 7: Resolução do problema 5 – parte 3

Agora calculando q = $\frac{1}{1{,}01}\cong 0{,}990099$ e $\left(\frac{1}{1{,}01}\right)^5\cong 0{,}951466$ e substituindo em S, teremos:

S ≅ 3,901965.

Logo

$$P.\left(\frac{1}{1{,}05}+\frac{1}{(1{,}05)^2}+\frac{1}{(1{,}05)^3}+\frac{1}{(1{,}05)^4}\right)=1.000$$

$$P.3{,}901965=1.000$$

$$P=\frac{1.000}{3{,}901965}$$

$$P=256{,}28.$$

Figura 8: Resolução do problema 5 – parte 4

No caso deste problema, que tem apenas 4 parcelas, não é muito vantajoso resolver pela soma da PG, mas, considerando muitas parcelas, fica inviável o cálculo mês a mês.
Depois da resolução dos problemas, foi feita a correção com uma planilha montada pela professora, na qual a fórmula da prestação foi inserida e, para calculá-la, basta digitar o valor presente (financiamento), o tempo e a taxa, aparecendo assim o valor da prestação considerando pagamento postergado (sem entrada). A dedução desta fórmula para o cálculo da prestação encontra-se no Apêndice H da dissertação original que pode ser acessada no site da biblioteca da UFSCar www.bco.ufscar.br com o título: "Uma Proposta de Abordagem da Matemática Financeira no Ensino Médio".

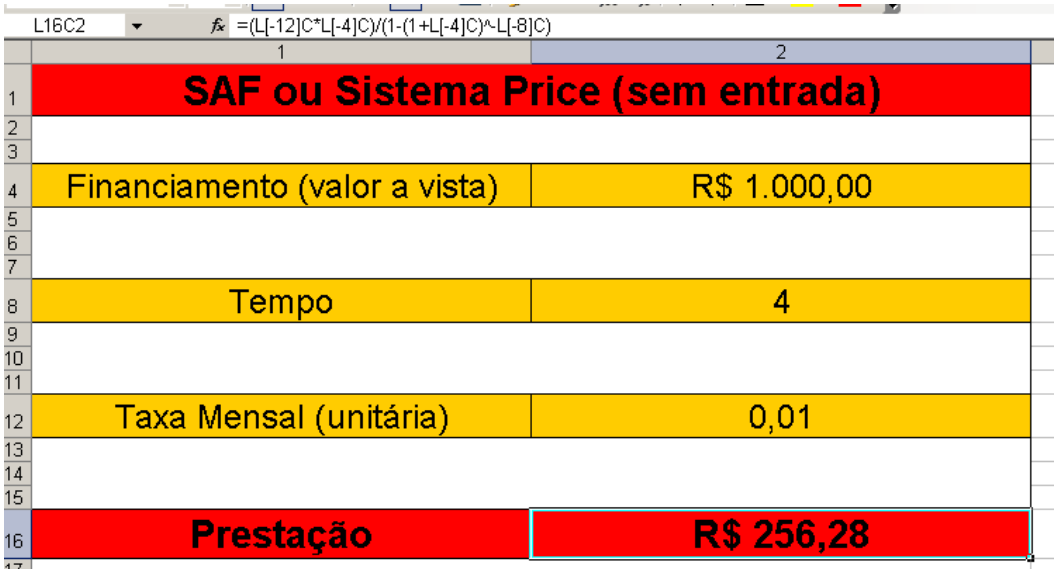
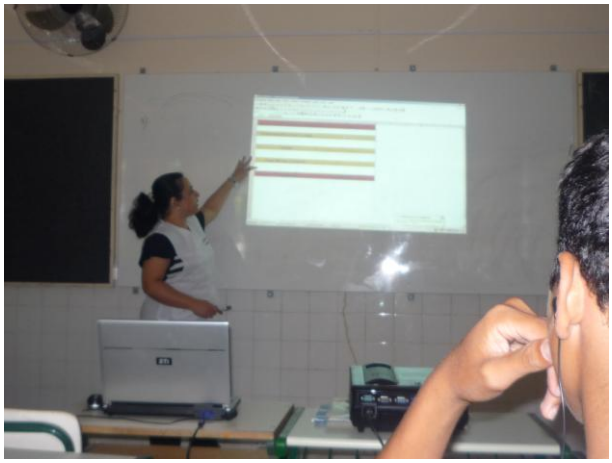


Figura 9: Planilha para cálculo da prestação do problema 5



Fotografia 1: Apresentação aos alunos da planilha SAF.

SISTEMAS DE FINANCIAMENTO: SAF E SAC

O Sistema Francês de Amortização é também conhecido como Tabela Price (lê-se: *praice*), pois foi criado por Richard Price, matemático e pensador inglês que viveu entre 1723 e 1791. Leva o nome de Sistema Francês de Amortização por ter sido adotado na França já no século XIX. Este sistema é amplamente adotado no Brasil. A sua característica fundamental é o fato de as prestações serem iguais ao longo do período.

O SAC é muito utilizado para financiamentos da casa própria. Neste sistema, como o próprio nome diz, um valor constante é amortizado a cada período. Os valores dos juros e do saldo devedor são decrescentes, seguindo o modelo de uma progressão aritmética, e a amortização da dívida é maior no início do financiamento, se comparado ao Sistema Francês de Amortização (Price), fazendo com que o saldo devedor caia mais rapidamente.

Os dois sistemas foram trabalhados com os alunos através de um mesmo problema para efeito de comparação. As planilhas foram construídas passo a passo com os alunos conforme foto a seguir:



Fotografia 1: Construção das planilhas SAF e SAC durante a explicação.

Os alunos resolveram o seguinte exercício:

Foi feito um financiamento do R$ 1.000,00 por 4 meses à taxa de 1% ao mês, sem entrada. Calcule o

valor da prestação e construa a planilha financeira nos sistemas SAF (prestações constantes) e SAC (amortizações constantes). A resolução de um dos alunos encontra-se na figura 10.

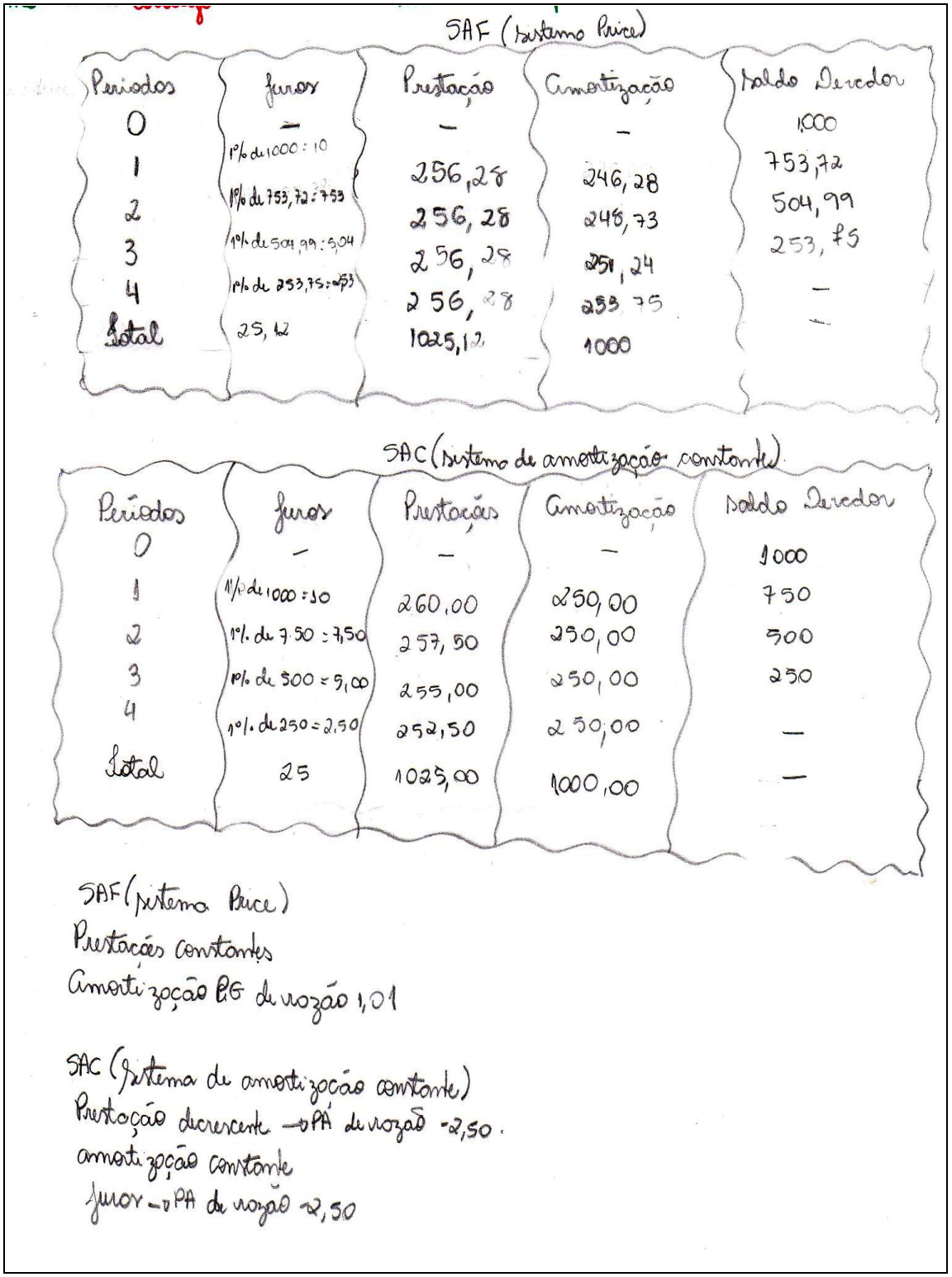
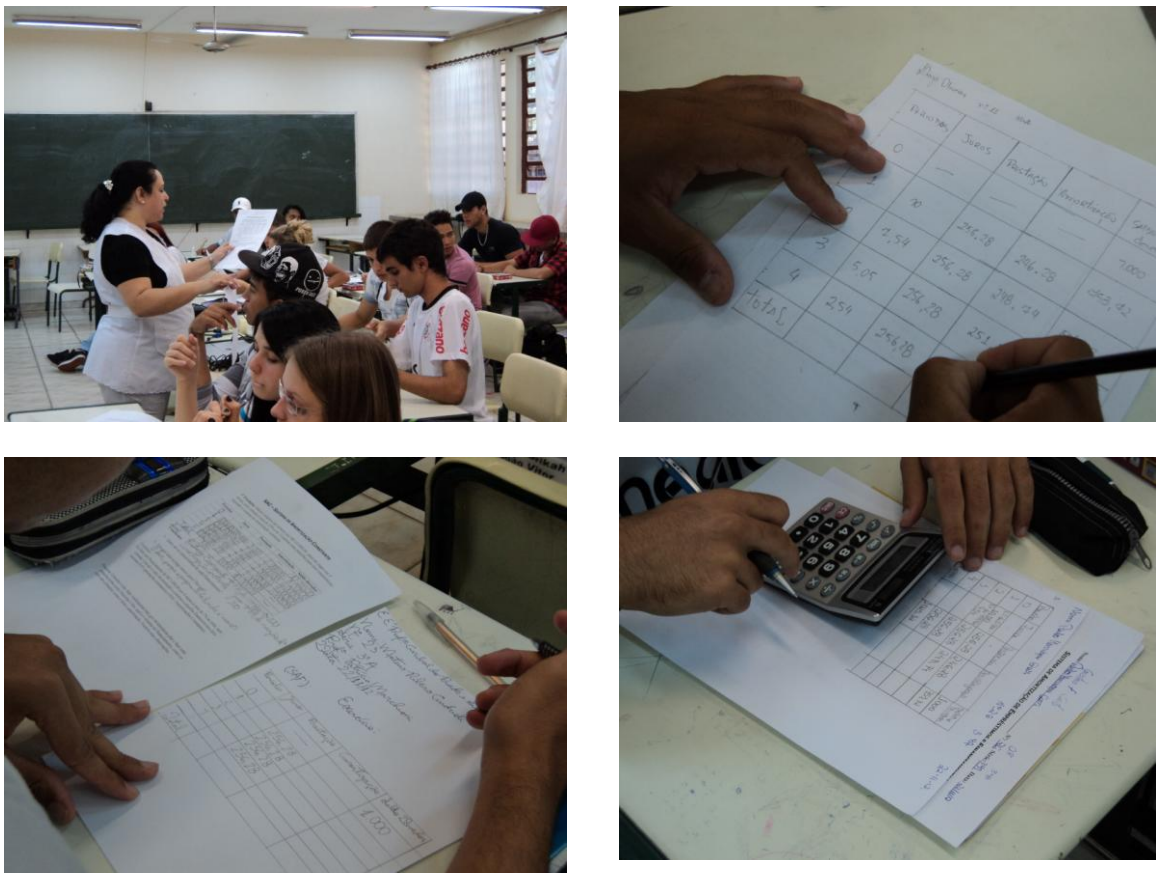


Figura 10: Planilha financeira nos sistema SAF e SAC construída por um aluno.



Fotos dos alunos durante a atividade.

Conclusão

Ao construir as tabelas, foram analisadas com os alunos as características de cada financiamento, relacionando-os com as progressões aritmética e geométrica. Além disso, discutiu-se a questão: Em qual deles se paga menos juros? Por quê?

A resposta é simples: analisando as duas tabelas percebe-se que no Sistema de Amortização Constante a amortização inicial é maior do que no Sistema Price, logo o saldo devedor fica menor, o que faz com que os juros incidam sobre um saldo devedor menor. Logo, se a pessoa puder decidir entre os dois sistemas e tiver condições de pagar uma prestação maior no começo do financiamento, compensa optar pelo SAC. Além disso, este sistema é vantajoso para a instituição que o promove, pois as prestações são decrescentes e, se uma pessoa tem condições de pagar uma prestação maior no início, é maior a garantia de continuar sendo possível o pagamento, já que estas vão decrescendo ao longo do período.
Este processo de construir a tabela com os alunos tornou o assunto de fácil compreensão.

FIES: FUNDO DE FINANCIAMENTO ESTUDANTIL

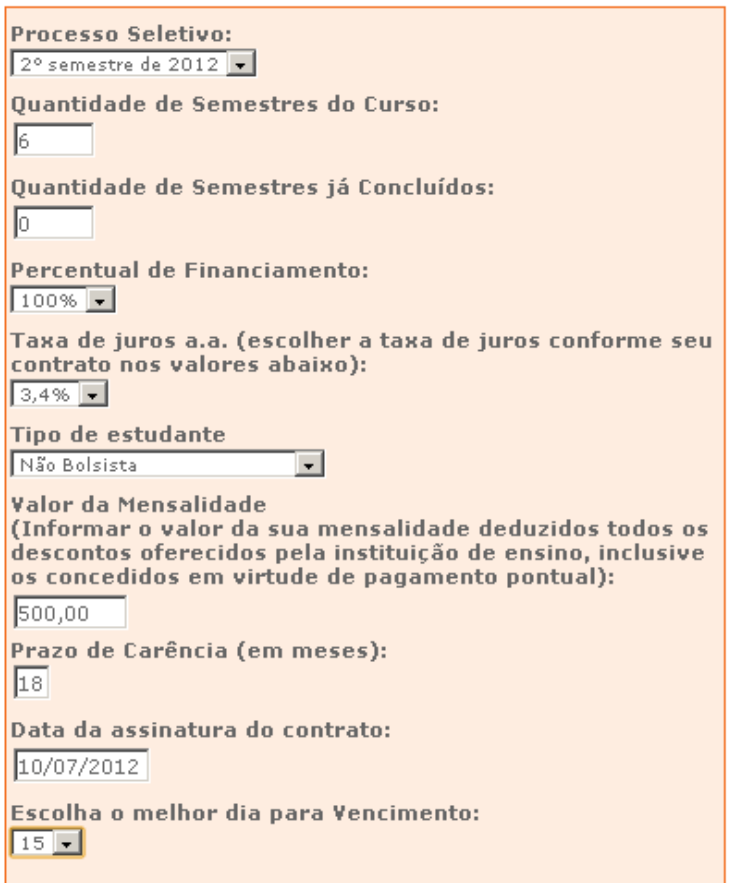
Conforme definição do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação, "o Fundo de Financiamento Estudantil (Fies) é um programa do Ministério da Educação destinado a financiar a

graduação na educação superior de estudantes matriculados em instituições não gratuitas".

As instituições precisam ser cadastradas no Programa e com avaliação positiva nos processos conduzidos pelo Ministério da Educação. A partir de 2010, o Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) passou a ser o agente operador e a taxa de juros passou a ser 3,4% ao ano. A Caixa Econômica Federal atua como agente financeiro.

Com os alunos participantes do trabalho foi feita a simulação de um financiamento estudantil através do *site* https://www3.caixa.gov.br/fies/asp/Simulador/Simulador.asp. Acessando o endereço, foi preciso preencher os dados referentes ao financiamento.

Para efeito de estudo foi considerado um financiamento de 100% de um curso com mensalidade de R$ 500,00, composto de 6 semestres com nenhum deles concluído e a taxa de 3,4% ao ano, conforme preenchimento a seguir:



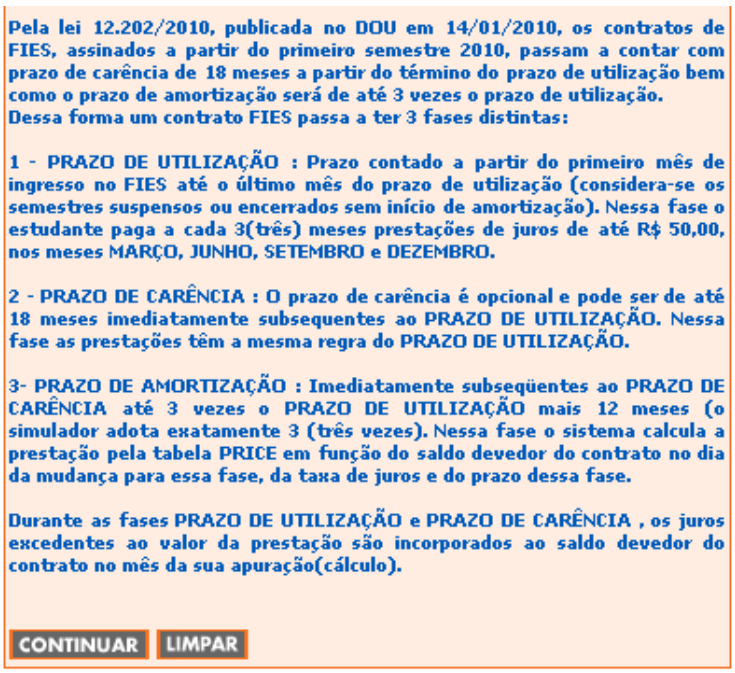


Figura 11: Simulação de Financiamento.
https://www3.caixa.gov.br/fies/asp/Simulador/Simulador.asp.

Observa-se pelas orientações da figura acima que este financiamento é composto por 3 fases, chamadas de prazo, sendo a primeira delas a utilização (período do curso), em que o aluno paga somente os juros até o valor máximo de R$ 50,00 a cada três meses (março, junho, setembro e dezembro) e o excedente é incorporado ao saldo devedor. Nessa fase, as parcelas (mensalidades) vão sendo liberadas e somadas ao saldo devedor. A 2ª fase é de carência (opcional) e tem como prazo máximo 18 meses após o término do curso. Nesse período continuam sendo computados os juros e o pagamento de no máximo R$ 50,00 é feito a cada 3 meses. Mas, como o curso terminou, não são feitas as liberações mensais referentes às mensalidades. Finalmente, após o prazo de carência, inicia-se a amortização (pagamento da dívida).

O sistema de amortização utilizado é o SAF (Sistema Francês de Amortização), no qual as prestações são iguais.

Clicando em "continuar" após preencher os dados da 1ª figura, o simulador apresenta 3 tabelas. As duas primeiras com os dados do financiamento e a última com toda a evolução do financiamento.

O 1º questionamento feito aos alunos em relação à análise da 3ª Tabela (Tabela 4) foi sobre os juros cobrados mensalmente. No financiamento o juro anual corresponde a uma taxa efetiva de 3,4%. Qual é a taxa mensal correspondente?

Foi questionado: "É só dividir 3,4% por 12?" Logo os alunos perceberam que este problema era semelhante a um problema já trabalhado, que incorretamente haviam pensado em utilizar a média aritmética ao invés da geométrica.

Assim foi feito o cálculo juntamente com eles, sendo a taxa mensal = x, tem-se:

$$(1+x)^{12} = 1{,}034$$

$$1+x = \sqrt[12]{1{,}034}$$

$$x = 1{,}0027901 - 1$$

$$x = 0{,}0027901$$

$$x = 0{,}27901\%.$$

De fato, na 1ª linha da tabela a seguir (Tabela 4), os juros cobrados no 1º mês correspondem a 0,27901% de 500,00, resultando em R$ 1,40.

Tabela 4: tabela parcial gerada pela simulação:

Fase	Saldo Anterior(R$)	Juros(R$)	Prestacao calculada(R$)	Prestacao cobrada(R$)	Liberação de parcela(R$)	Saldo Atual(R$)	Número prestacao	Data vencimento
Utilização	500,00	1,40	0,00	0,00	500,00	1.001,40	-	15/08/2012
Utilização	1.001,40	2,79	4,19	4,19	500,00	1.500,00	1	15/09/2012
Utilização	1.500,00	4,19	0,00	0,00	500,00	2.004,19	-	15/10/2012
Utilização	2.004,19	5,59	0,00	0,00	500,00	2.509,78	-	15/11/2012
Utilização	2.509,78	7,00	16,78	16,78	500,00	3.000,00	2	15/12/2012
Utilização	3.000,00	8,37	0,00	0,00	500,00	3.508,37	-	15/01/2013
Utilização	3.508,37	9,79	0,00	0,00	500,00	4.018,16	-	15/02/2013
Utilização	4.018,16	11,21	29,37	29,37	500,00	4.500,00	3	15/03/2013
Utilização	4.500,00	12,56	0,00	0,00	500,00	5.012,56	-	15/04/2013
Utilização	5.012,56	13,99	0,00	0,00	500,00	5.526,55	-	15/05/2013
Utilização	5.526,55	15,42	41,97	41,97	500,00	6.000,00	4	15/06/2013
Utilização	6.000,00	16,74	0,00	0,00	500,00	6.516,74	-	15/07/2013

Depois dos 18 meses de carência, começa o processo de amortização da dívida.

Em 15/12/2016 o saldo atual (devedor) será de R$ 19.035,78, a taxa de juros cobrada continuará sendo 0,27901% e o período do financiamento na fase de amortização corresponde a 120 meses. Logo com estes dados chega-se a Prestação de R$ 186,89, que foi calculada mais rapidamente através da planilha construída pela professora no Excel.



Figura 12: Planilha para cálculo da prestação do FIES.

CONCLUSÃO

Constatou-se que os alunos se envolveram nas atividades propostas e sentiram-se desafiados a solucionar várias questões, inclusive a deduzir as fórmulas para o cálculo do montante em capitalizações simples e composta. O cálculo das prestações iguais aplicado intensamente nas transações comerciais também despertou o interesse dos alunos. É comum o vendedor de lojas consultar uma tabela para calcular o valor das prestações, dependendo do número de parcelas escolhidos pelo comprador ou ainda se haverá ou não pagamento antecipado (entrada), sem compreender que aqueles fatores apresentados nas tabelas originaram-se da aplicação dos conceitos da soma de uma progressão geométrica. Os alunos tiveram oportunidade de compreender como este cálculo é realizado.

O estudo dos sistemas de financiamento foi aplicado pela primeira vez no ensino médio e foi possível verificar a compreensão dos alunos e o envolvimento deles nas atividades. Um dos alunos disse que tinha feito um curso de informática sobre a planilha de cálculos Excel e que na oportunidade havia uma atividade para construir uma planilha simulando um financiamento e que sua resolução foi automática, seguindo o roteiro, sem compreender o que estava fazendo, e agora, durante estas aulas, tinha se tornado mais claro o assunto.

O uso da calculadora comum foi fundamental na realização das atividades. O aluno percebeu que não basta ter uma calculadora se não souber os conceitos envolvidos na resolução de uma questão. A calculadora foi utilizada como ferramenta facilitadora dos cálculos deixando ao aluno a parte essencial de analisar o problema e verificar uma forma de resolução.

Foi necessário auxiliar os alunos na utilização de algumas funções da calculadora, como a memória, e também como resolver mais rapidamente as potências. Sentiu-se que algumas atividades seriam facilitadas com o uso da calculadora científica. Conversando com a direção da Escola Estadual sobre isto, foi feita uma pesquisa sobre o custo e, diante do valor encontrado, foi possível adquirir 20 calculadoras científicas que serão muito úteis na aplicação destas atividades para novas turmas a partir de 2013. Estas atividades serão agora trabalhadas com alunos da 1ª série do Ensino Médio ao estudar as progressões aritmética e geométrica, que entendemos ser o momento ideal.

Entende-se também que foi importante a apresentação da calculadora financeira aos alunos. Saber de sua existência mesmo que não seja possível o uso diretamente é fundamental. Alguns alunos comentaram que já tinham visto a calculadora financeira sendo utilizada em bancos ou lojas e desconheciam os cálculos que estas realizavam.

Há ainda a possibilidade de desenvolvermos nas próximas turmas atividades a serem trabalhadas no Excel, como a planilha para demonstração de um financiamento, ou mesmo usar as fórmulas do Excel para encontrar o valor da prestação no sistema Price.

Para muitos alunos o ensino médio é etapa final dos estudos e outros prosseguirão optando por cursos na área de humanas ou mesmo da área de exatas que não abordam os sistemas de financiamento. Este conhecimento é fundamental em nossa sociedade, repleta de ofertas para financiamento de produtos e serviços. É possível e importante abordar este conceito na Educação Básica e os recursos tecnológicos utilizados neste estudo possibilitaram a análise de questões reais.

Referências

BRASIL, Caixa Econômica Federal. **Simulador FIES**. Disponível em: < https://www3.caixa.gov.br/fies/asp/Simulador/Simulador.asp>. Acesso: Nov. 2012.

BRASIL, Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação. **Definição FIES**. Disponível em: < http://sisfiesportal.mec.gov.br/fies.html>. Acesso: nov., 2012.

BRASIL, Ministério da Educação. **Guia de Livros Didáticos: PNLD 2012: Matemática.** Brasília: Secretaria de Educação Básica, 2012.

Marchioni, A.P.R. Dissertação de Mestrado: Uma Proposta de Abordagem da Matemática Financeira no Ensino Médio. Disponível em: <http://200.136.241.56/htdocs/tedeSimplificado/tde_busca/processaPesquisa.php?PHPSESSID=d4515e6e131e1ab800a1f1e052b24178&nrPagina=1&pesqExecutada=0&nrExpressoes=1&campo%5B0%5D=TODOS&texto%5B0%5D=%22Aparecida+Patr%EDcia+roberto+marchioni%22&Submit=Buscar+%BB&qtdRegPagina=5>. Acesso: junho, 2013.

MORGADO, A.C. Vídeos: Matemática Financeira. Rio de Janeiro, Sociedade Brasileira de Matemática, 2002. Disponível em: <http://video.impa.br/index.php?page=janeiro-de-2010-2>. Acesso em: jul. de 2012.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Caderno do Aluno: Matemática, Ensino Médio- 1ª série.** São Paulo: SEE, v. 1, 2009.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Caderno do Professor: Matemática, Ensino Médio- 1ª série.** São Paulo: SEE, v.1, 2009.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas Tecnologias.** São Paulo: SEE, 2010.

SÃO PAULO, Secretaria da Educação. **Proposta Curricular para o Ensino de Matemática: 2º Grau.** 3.ed. São Paulo: SE/CENP, 1992.

Copyright © 2013 <Aparecida Patrícia Roberto Marchioni e Márcio de Jesus Soares>. O(s) autor(es) concede(m) licença não exclusiva, aos organizadores do VI HTEM, para publicar este documento no CD de trabalhos completos do evento. Qualquer outro uso é proibido sem o consentimento do(s) autor(es).