

# Problemas e Soluções da OBM - Olimpíada Brasileira de Matemática

Franciele Santos Teixeira

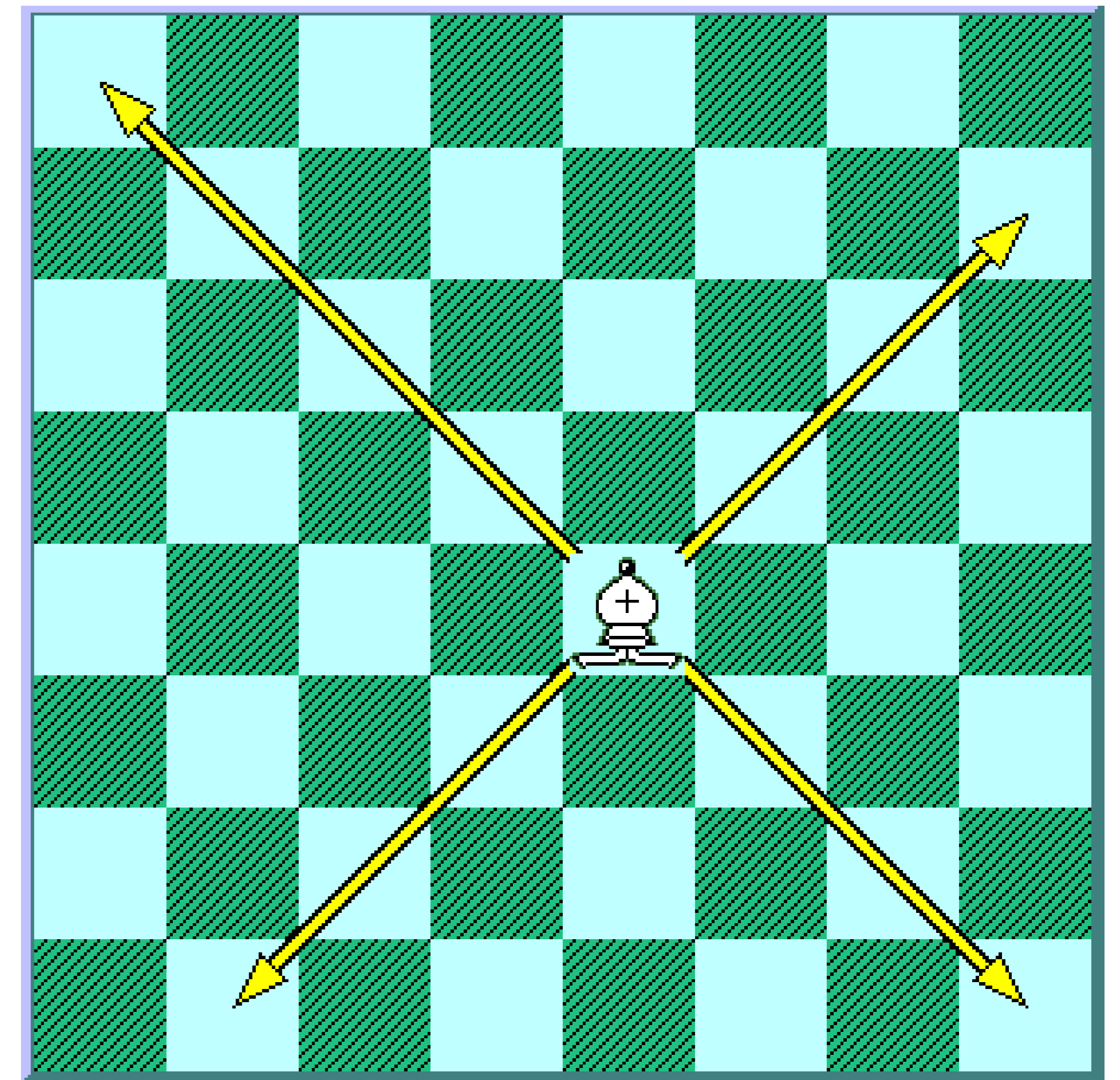
franciele@estudante.ufscar.br

Sob orientação do Prof. Paulo A S Caetano - tutor do PET Matemática

Universidade Federal de São Carlos, SP, Brasil

## OBM - 2013 - Segunda Fase - Ensino Médio - Problema 2

Um bispo é uma peça do jogo de xadrez que só pode fazer movimentos diagonais, isto é, ele pode se deslocar quantas casas quiser desde que elas estejam em uma diagonal. Na figura abaixo, indicamos as possíveis direções de movimentos do bispo a partir de uma determinada casa do tabuleiro. Dizemos que dois bispos se atacam quando um deles está em uma casa do tabuleiro que pode ser alcançada pelo outro bispo. Qual é o maior número de bispos que podemos colocar em um tabuleiro  $8 \times 8$  sem que haja dois bispos se atacando?



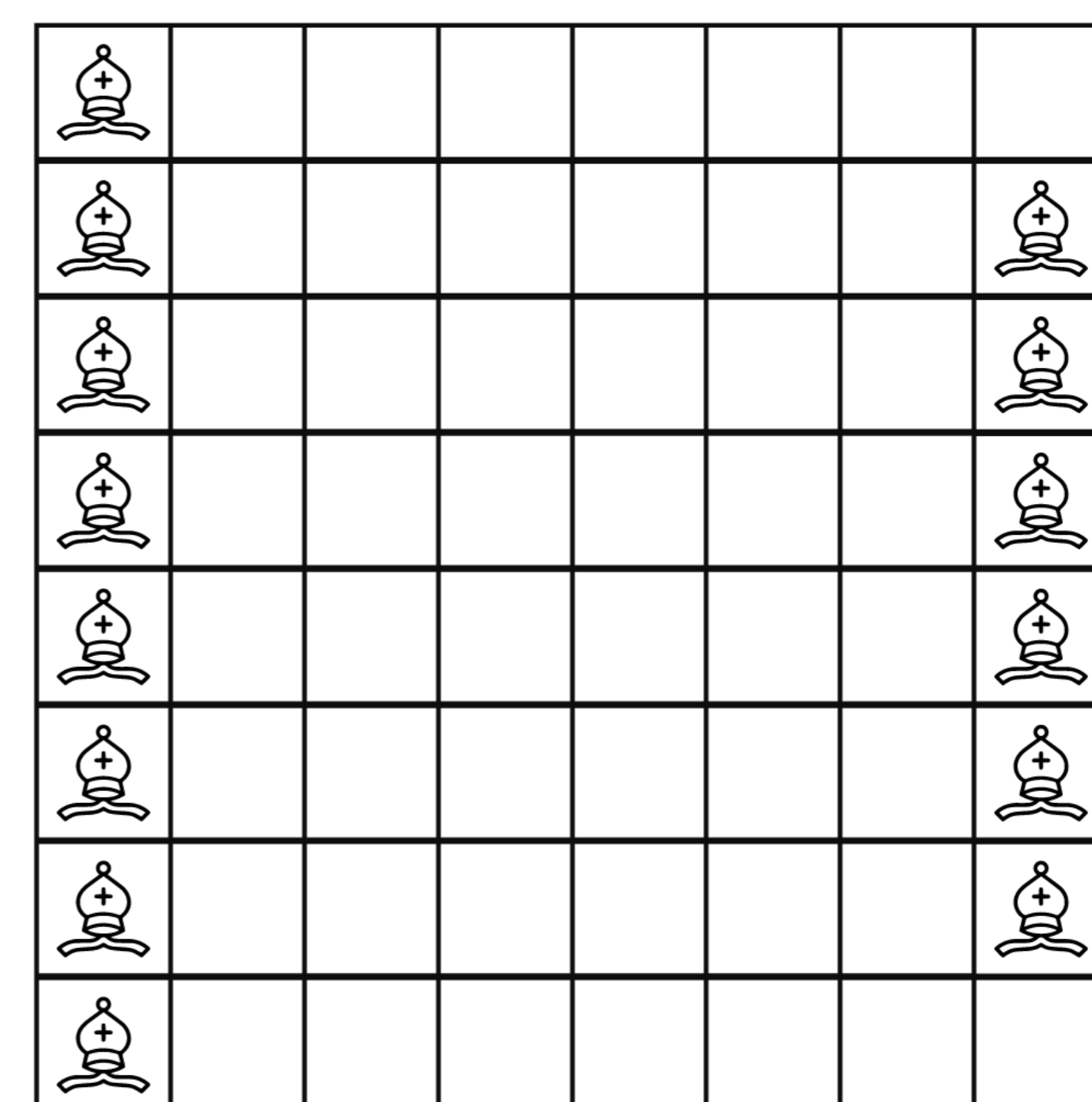
**Solução.** Iniciamos observando que se um bispo estiver em qualquer casa da borda do tabuleiro, ele *atacará* 8 casas; e se estiver em qualquer casa no interior do tabuleiro, ele *atacará* 10 casas. Por conta disso, para maximizar a quantidade de bispos, eles devem ser colocados nas casas da borda do tabuleiro.

O bispo *ataca* na diagonal e um tabuleiro pode ser dividido em no máximo 15 diagonais.

8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8

Assim o candidato a ser o número máximo de bispos é 15. Porém não é possível colocar bispos nas diagonais 1 e 15 simultaneamente, pois eles

se atacariam. Dessa forma, o candidato a ser o número máximo de bispos passa a ser 14. A disposição abaixo mostra que é possível colocar 14 bispos sem que dois deles se ataquem.



Se o tabuleiro fosse  $n \times n$  teríamos

$$n + (n - 1) = 2n - 1$$

diagonais, e somente as duas com uma única casa não poderiam ocupar bispos simultaneamente. Logo o número máximo de bispos para um tabuleiro  $n \times n$  é

$$2n - 1 - 1 = 2n - 2 = n + (n - 2)$$