Um passeio pela teoria de Folheações Holomorfas

[Fernando Lourenço]

Universidade Federal de Lavras (UFLA);
fernando.lourenco@ufla.br

Resumo

De uma forma um pouco genérica, uma folheação equivale a uma decomposição de seu espaço ambiente em "subpedaços", ou melhor, a decomposição de uma variedade em subvariedades de mesma dimensão, conexas, disjuntas a qual chamamos de folhas. Podemos citar, por exemplo, que as soluções de uma equação diferencial, definem um fluxo e seu prolongamento pode definir as folhas de uma folheação. Folheação é um conceito muito recente, e atualmente tem muitos autores trabalhando nessa linha de pesquisa. Já na década de 1930 e 1940 C. Ehresmann e G-Reeb deram contribuições significativas no desenvolvimento de folheações reais, em seguida surgiram os primeiros trabalhos sobre folheações complexas.

Nesse passeio pela teoria de folheações, vamos estudar a definição precisa desse conceito, assim como algumas de suas particularidades. Um tópico importante dentro da teoria, é o conceito de singularidade da folheação, esse conjunto singular é uma variedade analítica e muitas vezes se reduz a conjunto de pontos isolados. Podemos caracterizar a folhação pelo seu conjunto singular, podemos também associar a tal conjunto alguns invariantes, como por exemplo índices e alguns resíduos.

Veremos também, nesse curso, folheações induzidas por campos e por formas. Com o objetivo de avançar na teoria e conseguir mais propriedades, vamos estudar o espaço projetivo e verificar qual o comportamento das folheações nesse espaço. Ainda no espaço projetivo, podemos associar à um folheação um invariante chamado "grau da folheação", esse é um conceito bem relevante na área e nos remete à alguns problemas clássicos, por exemplo, o problemas de Poincaré, o qual verifica, sob quais condições, conseguimos limitar o grau de uma curva pelo grau da folheação em $\mathbb{P}^2$.