Teoria de Regularidade para uma classe de Equações Elípticas

Luís Henrique de Miranda - UnB

Seminário de Análise UFSCAr, 28 de fevereiro 2024

A Teoria de Regularidade como ferramenta das mais básicas no estudo de Equaçôes Diferenciais Parciais. Tudo começou com a proposição do XIX Problema de Hilbert, resolvido por E. De Giorgi e J. Nash simultaneamente, ver [8] e [15]. Ressaltamos também as claras contribuições de R. Caccioppoli, S. Campanato, A. Calderón, O. Ladyzhenskaya, J. Moser, L. Nirenberg, G. Stampacchia, A. Zygmund, dentre tantas outras. De todo modo, a resolução deste Problema do Milênio e suas inúmeras ramificações acabaram por resultar na criação e consolidação de uma nova área de pesquisa a qual tem persistido em atrair interesse da comunidade matemática com contribuições de L. Boccardo, H. Brezis, L. Caffarelli, E. DiBenedetto, T. Kuusi, G. Liebermann, G. Mingione, L. Orsina, E. Teixeira, dentre outros. Para uma abordagem muito abrangente sobre Teoria de Regularidade, tanto dos resultados clássicos como dos problemas ligeiramente mais modernos, indicamos o survey de Mingione em [10].

De maneira introdutória, a escola de Teoria de Regularidade pode ser dividida, em termos modernos, através de duas situações extremas:

(a) relacionar o conceito de solução fraca a uma eventual recuperação de suavidade destas através de informações adicionais sobre os dados do problema bem como investigar eventuais propriedades das solução suaves, como sua fronteira livre, regularidade fracionária, etc;

(b) investigar o quanto é possível se enfraquecer os dados do problema em questão de modo a ainda obter algum sentido débil de solução.

Em linhas gerais, nosso objetivo na presente palestra será¡ apresentar certos aspectos de (b), com ênfase na vasta contribuição da escola italiana na Teoria de Stampacchia [17] e de Boccardo [1]. Também apresentaremos algumas contribuições recentes sobre o tema.

References

[1] L. Boccardo e G. Croce, Elliptic partial differential equations. Existence and regularity of distributional solutions, De Gruyter Studies in Mathematics, 55. De Gruyter, Berlin, 2014.

[2] L. Boccardo, A. Dall'Aglio, T. Gallouët e L. Orsina , *Nonlinear parabolic equations with measure data*, J. Funct. Anal. 147 (1997), no. 1, 237–258.

[3] L. Boccardo, A. Dall'Aglio, T. Gallouët e L. Orsina , *Existence and regularity results for some nonlinear parabolic equations*, Adv. Math. Sci. Appl. 9 (1999), no. 2, 1017–1031.

[4] L. Boccardo e T. Gallouët, *Nonlinear elliptic and parabolic equations involving measure data*, J. Funct. Anal. 87 (1989), no. 1, 149–169.

[5] L. Boccardo, T. Gallouët e L. Orsina , *Existence and nonexistence of solutions for some nonlinear elliptic equations*, J. Anal. Math. 73 (1997), 203–223.

[6] L. Boccardo e L. Orsina , *Regularizing effect for a system of Schrödinger–Maxwell equations*, Adv. Calc. Var., 11.1 (2016), 75–87

[7] A. Dall'Aglio e L. Orsina , *Nonlinear parabolic equations with natural growth conditions and L^1 data.*, Nonlinear Anal. 27 (1996), no. 1, 59–73.

[8] E. de Giorgi, *Sulla differenziabilitá e l'analiticitá delle estremali degli integrali multipli regolari*, Mem. Accad. Sci. Torino. Cl. Sci. Fis. Mat. Nat. (3) 3 (1957) 25–43.

[9] P. Grisvard, Elliptic Problems in Non Smooth Domains, Pitman Advanced Pub. Program, Boston (1985)

[10] G. Mingione, *Regularity of minima: an invitation to the dark side of the calculus of variations.*, Appl. Math. 51 (2006), no. 4, 355–426.

[11] L.H. de Miranda e M. Montenegro, *A priori estimates for a class of degenerate elliptic equations*, Nonlinear Differ. Equ. Appl. v. 20 (2013), no. 5, 1683–1699.

[12] L.H. de Miranda e M. Montenegro, *Regularity theory for a class of quasilinear equations*, Math. Nachr., v.287 (2014), 1241–1254.

[13] L.H. de Miranda e L. Orsina, *Regularity for a class of Maxwell-Schrödinger Systems*, Pre-print

[14] A. Santana L.H. de Miranda, *Maxwell-Schrödinger Systems Revisited*, *Working Progress*

[15] J. Nash, *Continuity of solutions of parabolic and elliptic equations*, Am. J. Math. 80 (1958), 931–954.

[16] L. Orsina, *Weak minima for some functionals and elliptic equations involving measures*, C. R. Acad. Sci. Paris SÃ©r. I Math. 322 (1996), no. 12, 1151–1156.

[17] G. Stampacchia, *Some limit cases of L^p-estimates for solutions of second order elliptic equations*, Comm. Pure Appl. Math. 16 1963 505–510.