I Workshop das Grandes Áreas do PPGM/UFSCar

Departamento de Matemática

Universidade Federal de São Carlos

10 a 14 de Fevereiro de 2025

Departamento de Matemática

Universidade Federal de São Carlos

I Workshop das Grandes Áreas do PPGM/UFSCar

Comitê Organizador

Dimas José Gonçalves, Universidade Federal de São Carlos.

Francisco Braun, Universidade Federal de São Carlos.

Priscila Leal da Silva, Universidade Federal de São Carlos.

Conteúdo

Comitê Científico 1

Minicurso 2

Minicurso 3

Introdução à K-Teoria 3

Mesa-Redonda 4

Mesa redonda 5

Pesquisa em Matemática: uma reflexão sobre o atual estado da arte e perspectivas futuras para o pesquisador 5

Palestras 6

Segunda-feira, 10 de Fevereiro 7

10h00 - Priscila Leal da Silva (UFSCar): Novel explicit solutions for a Novikov equation 7

11h00 - Moacir Aloisio Nascimento dos Santos (UFVJM): Dynamical localization and eigenvalue asymptotics: power-law unbounded discrete operators . . . 7

14h00 - Hellen Monção de Carvalho Santana (UFSCar): Brasselet number: a generalization of the local Euler obstruction 7

15h00 - Ana Cristina de Oliveira Mereu (UFSCar): Crossing limit cycles for discontinuous piecewise linear differential centers separated by two circles 8

Terça-feira, 11 de Fevereiro 8

10h00 - Zhanna Gennadyevna Kuznetsova (UFABC): Álgebras de Lie Z2*Z2-graduadas e suas aplicações. 8
11h00 - Carina Alves (UNESP): Alguns resultados sobre reticulados bem-arredondados 9
14h00 - Francisco Carlos Caramello Junior (UFSC): A transverse quarter-pinched sphere theorem for Riemannian foliations 9
15h00 - Willian Isao Tokura (UFGD): Rigidity results for compact k-Yamabe solitons 10
16h30 - Oscar Hernández Morales (UFSCar): Localização de álgebras não comutativas e Teoria de Representações. 10
Quinta-feira, 13 de Fevereiro 10
10h00 - Luis Renato Gonçalves Dias (UFU): Conjunto de bifurcação e Conjectura Jacobiana 10
11h00 - Jean Venato Santos (UFU): Sobrejetividade de operadores lineares e difeomorfismos globais semi-algébricos 11
14h00 - Igor Ambo Ferra (UFSCar): Operadores do tipo soma de quadrados . . . 11
15h00 - Jackeline Conrado (UERJ): A correspondence between genus one minimal Lawson's surfaces and area-minimizing unit vector fields on $\mathbb{S}^2\backslash\{N, S\}$ . . 11
16h30 - Vinicius Tavares Azevedo (UFSCar): Atratores para Sistemas Dinâmicos Não Autônomos de Dimensão Infinita e suas Aplicações 11
Sexta-feira, 14 de Fevereiro 12
10h00 - Felipe Yukihide Yasumura (USP): Graduações por grupo em álgebras triangulares 12
11h00 - Pedro Souza Fagundes (UFSCar): Imagens de polinômios em álgebras . . 12
14h00 - Maykel Boldrin Belluzi (UFSCar): Dinâmica assintótica de equações de evolução: perturbação de equações parabólicas com operadores lineares dependentes do tempo 12
15h00 - Igor Leite Freire (UFSCar): Superfícies pseudo-esféricas determinadas por problemas de Cauchy envolvendo a equação de Camassa-Holm 13

Seção de Comunicações Orais **14**

Quarta-feira, 12 de fevereiro 15

14h00 - Diego Rafael Cotrim Cassemiro (USP): Uma introdução às Variedades Diferenciáveis . . . 15
14h30 - Laura Ribeiro dos Santos (UFSC): Cohomologia Básica de Folheações Riemannianas Singulares . . . 15
15h00 - Daniel Moraes Bergossa (UFSC): Teorema do Sanduíche de Presunto . . . 16
16h30 - Jonas Eduardo Fonseca (UNIFEI): Um Estudo Sobre Alguns Tópicos em Criptografia . . . 16
17h00 - João Vitor Borges de Oliveira Mateus (USP): Medida do Conjunto de Cantor . . . 17

Seção de Pôsteres **18**

Quarta-feira, 12 de fevereiro, às 11h00 . . . 19
Ângelo Gabriel Fernandes Castilho (UFGD): Funções Convexas . . . 19
Anna Lethycia de Almeida Lira (UFMS): O Problema da Sonoboia . . . 19
Axel Esaú Díaz Castillo (UFSCar): The Green's Function on Rhombic Flat Tori 19
Beatriz de Faria (UFABC): Uma introdução ao Índice de Conley por meio da teoria de Morse clássica . . . 20
Brian Rennó Nascimento Santos (UNIFEI): Funçoes de Morse . . . 20
Bruno Rabelo Finóchio (UFLA): Somando séries numéricas: uma abordagem usando Séries de Fourier . . . 20
Carolini Carvalho Nascimento (UFMS): Séries de Funções: Uma Aplicação de Séries de Potências . . . 21
Édson Costa Santa Rosa (UNIMONTES): Uma Revisão Sistemática da Integral de Lebesgue e sua comparação com a Integral de Riemann . . . 21
Eduardo Furlan (UTFPR): Hackenbush: Jogos e Números Surreais . . . 22
Ellen Peixoto de Oliveira (UNICAMP): Categorias Sistemas . . . 23
Gileade Trentin Detogni (UTFPR): O Teorema Espectral e Aplicações . . . 23
Jean da Cruz Oliveira (UFLA): O Significado Geométrico do Operador Laplaciano 24
Jonas Eduardo Fonseca (UNIFEI): Retratos de fase global de sistemas Van der Pol generalizado . . . 24
Laura Ribeiro Grill (UFLA): Uma bola pode ser quadrada? . . . 24

Leonardo Ticiano Pires Fernandez (UFABC): Produtos de espaços topológicos c.c.c. 25
Lucas Milani Viegas Carbonari (UFGD): Paradoxo da Rotação da Moeda: Uma solução através da Geometria Diferencial 25
Lucas Xavier (UFPR): Implementação de Algoritmos Evolucionários Multiobjetivos em Redes Neurais Informadas pela Física 25

Realização e apoio financeiro **27**

Comitê Científico

Abdênago Alves de Barros (UFC)

César Rogério de Oliveira (UFSCar)

Maria Aparecida Soares Ruas (USP-ICMC)

Olimpio Hiroshi Miyagaki (UFSCar)

Plamen Emilov Kochloukov (UNICAMP)

Minicurso

Minicurso

Introdução à K-Teoria

Palestrante: Fábio Ferrari Ruffino (UFSCar)

Horários: Terça-feira (11/02), Quarta-feira (12/02) e Sexta-feira (14/02) às 08h00.

A K-Teoria foi introduzida por Atiyah e Hirzebruch partindo de uma ideia de Grothendieck (nascida no contexto da Geometria Algébrica) e aplicando-a na área da Topologia. Essencialmente, estudar o grupo de K-teoria de um espaço topológico significa estudar a classe dos fibrados vetoriais naquele espaço, a menos de uma relação de equivalência mais fraca do que a existência de um isomorfismo. Quocientando por esta relação, obtemos uma teoria cohomológica e, portanto, podemos aplicar as ferramentas básicas da Topologia Algébrica. Por isso, trata-se de uma informação menos precisa do que o semigrupo dos fibrados vetoriais módulo isomorfismo, mas bem mais fácil a ser calculada explicitamente. Neste minicurso, iniciaremos introduzindo a noção de fibrado vetorial e mostrando suas propriedades básicas. Em seguida, definiremos a K-teoria como teoria cohomológica e mencionaremos algumas aplicações significativas dela, ressaltando sua importância na Matemática contemporânea.

Mesa-Redonda

Mesa redonda

Pesquisa em Matemática: uma reflexão sobre o atual estado da arte e perspectivas futuras para o pesquisador

Data: Quarta-feira (12/02) às 09h30.

Membros da mesa: Alessandra Aparecida Verri (UFSCar) - mediadora, César Rogério de Oliveira (UFSCar), Gustavo Hoepfner (UFSCar), Herivelto Martins Borges Filho (USP) e Miriam Garcia Manoel (USP).

A curiosidade, a busca pela compreensão dos fenômenos da natureza e o dom de criar do ser humano sempre foram algumas das premissas para se fazer pesquisa. Ao longo do tempo, o modo de se fazer pesquisa foi se alterando, sendo hoje, por exemplo, muito comum a especificidade ao invés da interdisciplinaridade entre as áreas da matemática. Nesta mesa-redonda, os palestrantes falarão sobre temas que norteiam os abaixo:

(a) o estado atual da pesquisa em Álgebra, Análise, Geometria e Topologia, suas especificidades e interdisciplinaridades;

(b) o que caracteriza ser um bom pesquisador nos dias atuais e o papel dos Programas de Pós-Graduação em sua formação;

(c) caminhos para transformar a pesquisa num bem para a sociedade;

(d) o que os grandes períodicos estão em busca e se estamos na rota certa;

(e) em vistas do presente, o que esperar do pesquisador em matemática num futuro próximo.

Palestras

Segunda-feira, 10 de Fevereiro

10h00 - Priscila Leal da Silva (UFSCar): Novel explicit solutions for a Novikov equation

In this presentation, we investigate a symmetry-integrable equation proposed by V. Novikov (J. Phys. A, 2009) with quadratic nonlinearities, and we present explicit solutions to it. The first solution is derived from invariant solutions combined with a collage process designed to preserve continuity. Subsequently, we derive a second solution that corresponds to the 2-peakon solution of the Degasperis-Procesi equation. Furthermore, we explore more general forms of solutions and exhibit a shock wave associated with the shock-peakon solution for the Degasperis-Procesi equation, as established by Lundmark (J. Nonlinear Sci., 2007).

11h00 - Moacir Aloisio Nascimento dos Santos (UFVJM): Dynamical localization and eigenvalue asymptotics: power-law unbounded discrete operators

In this talk we present a notion of Strong Power-Law SULE, proving that such an assumption implies uniform power-law dynamical localization. As an application, we obtain a result on dynamical localization for long-range hopping lattice operators with uniform electric field, where the hopping coefficients decay slowly. We also will show that, on a hypothesis of semi-uniform polynomial decay of eigenfunctions, the asymptotic behavior of the eigenvalues of self-adjoint operators of the form $H = A + V$ in $\ell^2(\mathbb{Z})$, where A is bounded and V grows according to a power-law n^α, is governed by the same power-law n^α; in particular, one has a new interpretation of results on the stable asymptotic behavior of eigenvalues for such models with electric field under sufficiently small perturbations.

14h00 - Hellen Monção de Carvalho Santana (UFSCar): Brasselet number: a generalization of the local Euler obstruction

Let $f, g : (X, 0) \to (\mathbb{C}, 0)$ be germs of analytic functions defined over a complex analytic space X. The Brasselet number of a function f describes numerically the topology of its generalized Milnor fibre. We present formulas to compare the Brasselet numbers of f in X and of the restriction of f to $X \cap \{g = 0\}$, in the case where g has a one-dimensional stratified critical set and f has

an arbitrary critical set. If, additionally, f has isolated singularity at the origin, we compute the Brasselet number of g in X and compare it with the Brasselet number of f in X. As a consequence, we obtain formulas to compute the local Euler obstruction of X and of $X \cap \{g = 0\}$ at the origin, comparing these numbers with local invariants associated to f and g.

15h00 - Ana Cristina de Oliveira Mereu (UFSCar): Crossing limit cycles for discontinuous piecewise linear differential centers separated by two circles

In recent years, there has been growing interest in the study of planar discontinuous piecewise differential systems due to their significant applications in modeling real-world phenomena. Understanding the dynamics of these systems presents several challenges, particularly in the investigation of their limit cycles. In this work, we study the existence of crossing limit cycles in discontinuous planar piecewise differential systems formed by linear centers and separated by two concentric circles. We establish that the upper bound for the number of limit cycles for this class of systems is 3 and provide examples showing that the maximum number of limit cycles can be reached.

Terça-feira, 11 de Fevereiro

10h00 - Zhanna Gennadyevna Kuznetsova (UFABC): Álgebras de Lie Z2*Z2-graduadas e suas aplicações.

Álgebras de Lie “coloridas” ou “de cor” foram introduzidas em 1978-79 pelos físicos Rittenberg e Wyler e pelo matemático Scheunert. Álgebras de cor possuem graduação por um grupo G, e o produto em álgebras depende de subespaços de graduação, ou seja, pode ser diferente para subespaços diferentes. Recentemente, simetrias definidas por álgebras de cor, ganharam um interesse intenso.

Nesta apresentação vamos considerar duas estruturas algébricas distintas: (1) álgebras de Lie graduadas por grupo Z2*Z2 e (2) superálgebras de Lie graduadas por grupo Z2*Z2. Sistemas físicos que possuem simetrias desse tipo apresentam propriedades diferentes. No primeiro caso, bósons exóticos coexistem com bósons usuais. No segundo caso, teoria requer presença de paraférmions junto com bósons exóticos e bósons usuais.

Depois de introdução de álgebras e superálgebras Z2*Z2-graduadas, vamos discutir exemplos de dimensão baixa, definição de cálculo em (super)espaços graduados e construção de sistemas físicos.

11h00 - Carina Alves (UNESP): Alguns resultados sobre reticulados bem-arredondados

Reticulados são conjuntos infinitos e discretos de pontos no $\mathbb{R}^n$, dispostos de forma regular e amplamente utilizados na Teoria dos Códigos Corretores de Erros e na Criptografia. Diferentes aplicações requerem reticulados com propriedades distintas. Entre estas, destaca-se a propriedade de bem-arredondamento. Um reticulado n-dimensional é considerado bem-arredondado se ele possui um conjunto de vetores mínimos que geram o espaço inteiro. Uma das técnicas para gerar reticulados envolve a aplicação de determinados homomorfismos a certos $\mathbb{Z}$-módulos livres de posto n, contidos em um corpo de números K de grau n. Os reticulados gerados por este método são conhecidos como reticulados algébricos. A vantagem de obter reticulados dessa maneira é que podemos identificar os pontos do reticulado no $\mathbb{R}^n$ com os elementos de K. Nesse contexto, surgem as seguintes questões: Quais reticulados algébricos são bem-arredondados? É possível obter reticu- lados bem-arredondados a partir de outras construções de reticulados?
Nesta palestra, o objetivo é apresentar algumas respostas para essas questões.

14h00 - Francisco Carlos Caramello Junior (UFSC): A transverse quarter-pinched sphere theorem for Riemannian foliations

In this talk I will present a novel application of a previously developed deformation technique for Killing foliations — a relevant subclass of Riemannian foliations — resulting in a transverse quarter-pinched sphere theorem for Riemannian foliations. More specifically, we will revisit some details of the aforementioned technique and, as an application, show that a complete Riemannian foliation $\mathcal{F}$ of a closed manifold M with codimension $q \geq 3$ and transverse sectional curvature K satisfying $1/4 < K < 1$ is developable to a transversely spherical foliation — that is, it lifts to a foliation $\hat{\mathcal{F}}$ of the universal cover space $\hat{M}$ that is given by the fibers of a submersion $\hat{M} \to \mathbb{S}^q$. In the same vein, we will also show that the leaf closure space $M/\bar{\mathcal{F}}$ of a Killing foliation $\mathcal{F}$ of a closed manifold M with transverse sectional curvature $K > 1$ and transverse

diameter diam $(\mathcal{F}) > \pi/2$ is the quotient of a suspension of a $(q-1)$-dimensional positively curved alexandrov space by the action of a torus. This is a joint work with Francisco Neubauer (UFSC).

15h00 - Willian Isao Tokura (UFGD): Rigidity results for compact k-Yamabe solitons

We will explore the relationship between compact k-Yamabe solitons and the generalized Yamabe problem, commonly known as the k-Yamabe problem. This connection is particularly compelling, as it bridges geometric analysis and curvature invariants. For instance, we will prove that any compact gradient k-Yamabe soliton must have constant σ_k-curvature, highlighting the significant interplay between these concepts. Also, we will engage in a discussion of open questions in the theory, inviting participants to explore potential future avenues for research.

16h30 - Oscar Hernández Morales (UFSCar): Localização de álgebras não comutativas e Teoria de Representações.

Nos cursos introdutórios de Álgebra Comutativa se trabalha a noção de localização, ferramenta técnica que permite estudar aneis comutativos, por sua vez nos cursos introdutórios de Teoria de Representações de Álgebras se estudam representações de dimensão finita sobre álgebras de dimensão finita.
Nesta palestra apresentaremos a noção de localização para álgebras não comutativas e alguns resultados novos na teoria de representações de álgebras de não associativas e não comutativas sobre espaços vetoriais de dimensão finita e infinita, de forma a estender naturalmente diversos resultados que valem em dimensão finita para um contexto mais geral.

Quinta-feira, 13 de Fevereiro

10h00 - Luis Renato Gonçalves Dias (UFU): Conjunto de bifurcação e Conjectura Jacobiana

Apresentaremos algumas relações entre o conjunto de bifurcação e a Conjectura Jacobiana para aplicações algébricas.

11h00 - Jean Venato Santos (UFU): Sobrejetividade de operadores lineares e difeomorfismos globais semi-algébricos

Neste trabalho, em parceria com Francisco Braun (UFSCar) e Luis Renato Gonçalves Dias (UFU), a bijetividade de difeomorfismos locais semi-algébricos C^∞ do $\mathbb{R}^n$ com conjunto de pontos não proprios tendo codimensão maior ou igual a 2 será obtida via sobrejetividade de $n-1$ operadores lineares apropriados. Como consequência será enunciada uma conjectura analîtica para um difeomorfismo local polinomial do $\mathbb{R}^n$, a qual implica uma conjectura bem conhecida de Z. Jelonek. Além disso, a sobrejetividade desses operadores será relacionada com o conceito de fibração, o que dá suporte a um teorema geral de injetividade global para aplicações semi-algébricas que, por sua vez, unifica e generaliza resultados anteriores da literatura.

14h00 - Igor Ambo Ferra (UFSCar): Operadores do tipo soma de quadrados

Daremos um panorama sobre a questão de regularidade de soluções de operadores diferenciais parciais lineares dado pela soma de quadrados de campos vetoriais reais. Abordaremos desde as motivações iniciais e resultados clássicos, como o teorema dos comutadores de Hörmander, até questões atuais sobre o tema.

15h00 - Jackeline Conrado (UERJ): A correspondence between genus one minimal Lawson's surfaces and area-minimizing unit vector fields on $\mathbb{S}^2\backslash\{N,S\}$

In this talk, we shall present a correspondence between a class of minimally immersed surfaces in $\mathbb{S}^3(2)$, introduced by Lawson in his classical paper (H. Blaine Lawson, Ann. of Math., 1970), and area-minimizing unit vector fields on the antipodally punctured unit sphere $\mathbb{S}^2\setminus\{N,S\}$, as defined in (F. G. B. Brito, J. Conrado, I. Gonçalves, A. V. Nicoli, Comptes Rendus Mathématique, 2021). As a consequence of this correspondence, we obtain a stability relation for Lawson cylinders.

16h30 - Vinicius Tavares Azevedo (UFSCar): Atratores para Sistemas Dinâmicos Não Autônomos de Dimensão Infinita e suas Aplicações

Nesta palestra, faremos uma introdução aos conceitos fundamentais da teoria de sistemas dinâmicos não autônomos. Abordaremos definições essenciais, como processo de evolução, dimensão fractal, atratores pullback e atratores exponencial pullback, além da continuidade de

atratores. Para encerrar, aplicaremos esses conceitos a uma equação de evolução semilinear não autônoma de segunda ordem.

Sexta-feira, 14 de Fevereiro

10h00 - Felipe Yukihide Yasumura (USP): Graduações por grupo em álgebras triangulares

Nesta apresentação, pretendo introduzir o tema de álgebras graduadas, com especial foco nas álgebras de matrizes triangulares. Em seguida, discutirei as graduações nessas álgebras, munidas do comutador, e o problema que surge ao considerarmos o caso em que a dimensão é infinita. Se o tempo permitir, apresentarei as respectivas identidades polinomiais graduadas. Esta palestra envolve alguns trabalhos realizados em conjunto com Plamen Koshlukov (Unicamp), Waldeck Schützer (UFSCar) e Micael Said Garcia (IME-USP).

11h00 - Pedro Souza Fagundes (UFSCar): Imagens de polinômios em álgebras

Nesta palestra iremos definir imagens de polinômios em álgebras (em sua maioria associativas) e expor a Conjectura de L'vov-Kaplansky, um dos principais problemas em aberto com respeito a este tópico. Iremos também apresentar possíveis variações desta conjetura e resultados atuais.

14h00 - Maykel Boldrin Belluzi (UFSCar): Dinâmica assintótica de equações de evolução: perturbação de equações parabólicas com operadores lineares dependentes do tempo

Nesta palestra apresentaremos algumas ideias centrais presentes na teoria de comportamento assintótico para sistemas dinâmicos em dimensão infinita. Após uma motivação dos principais temas da área, abordaremos uma equação parabólica da forma

$$(u_\varepsilon)_t + A_\varepsilon(t)u_\varepsilon = F_\varepsilon(t, u_\varepsilon),$$

onde ε é um parâmetro em $[0, \varepsilon_0)$ e $\{A_\varepsilon(t),\ t \in \mathbb{R}\}$ é uma família de operadores uniformemente setoriais. Conforme $\varepsilon \to 0^+$, assumimos que a equação converge para

$$u_t + A_0(t)u = F_0(t, u).$$

A dependência temporal encontrada nos operadores lineares $A_\varepsilon(t)$ implica que o processo linear é o objeto central para obter soluções através da fórmula de variação de constantes. Sob condições adequadas na família $A_\varepsilon(t)$ e na sua convergência para $A_0(t)$ quando $\varepsilon \to 0^+$, obtemos um Teorema de Aproximação do tipo Trotter-Kato para o processo linear $U_\varepsilon(t, \tau)$ associado a $A_\varepsilon(t)$, estimando sua convergência para o processo linear $U_0(t, \tau)$ associado a $A_0(t)$. Através da fórmula de variação de constantes e assumindo que F_ε converge para F_0, analisamos como essa convergência do processo linear é transferida para a solução da equação semilinear. Ilustramos as ideias em dois exemplos. Primeiro, uma equação de reação-difusão em um domínio suave limitado e, em seguida, uma equação de onda fracionária, não-autônoma e fortemente amortecida.

15h00 - Igor Leite Freire (UFSCar): Superfícies pseudo-esféricas determinadas por problemas de Cauchy envolvendo a equação de Camassa-Holm

A equação de Camassa-Holm é um modelo hidrodinâmico bastante conhecido por suas diversas propriedades: é um sistema completamente integrável, admite uma hierarquia infinita de simetrias e leis de conservação, além de soluções solitônicas fracas conhecidas por peakons.
Desde o início dos anos 2000 sabe-se, do ponto de vista de análise, que suas soluções (em geral, de regularidade finita) podem desenvolver wave-breaking, enquanto do ponto de vista geométrico, soluções infinitamente diferenciáveis podem definir famílias de superfícies de curvatura Gaussiana $K = -1$. Esses dois aspectos, no entanto, permaneceram separados até recentemente.
Nesta palestra discutiremos superfícies pseudo-esféricas determinadas por problemas de Cauchy envolvendo a equação de Camassa-Holm. Em particular, mostraremos como soluções à equação desenvolvendo wave-breaking definem superfícies cuja primeira forma fundamental também desenvolve blow-up.

Sessão de Comunicações Orais

Quarta-feira, 12 de fevereiro

14h00 - Diego Rafael Cotrim Cassemiro (USP): Uma introdução às Variedades Diferenciáveis

Uma variedade diferenciável de dimensão n pode ser descrita como um conjunto M juntamente com uma família de funções injetivas da forma $x_\alpha : U_\alpha \subset \mathbb{R}^n \to M$ onde os U_α são abertos e os $x_\alpha(U_\alpha)$'s possuem algumas propriedades. Esta apresentação tem como objetivo introduzir os conceitos fundamentais de variedades diferenciáveis juntamente com algumas definições, propriedades e exemplos.

14h30 - Laura Ribeiro dos Santos (UFSC): Cohomologia Básica de Folheações Riemannianas Singulares

Nessa apresentação pretendemos introduzir brevemente a área de Folheações Riemannianas Singulares, que consiste em estudar o comportamento topológico e geométrico de uma decomposição de uma variedade suave em subvariedades imersas conexas de dimensão variada, e como objetos geométricos (como métrica, curvatura ou mesmo geodésicas) se comportam nesses ambientes transversalmente, através da sua projeção para o espaço das folhas. Temos como principal exemplo as órbitas da ação de um subgrupo conexo do grupo de isometrias de uma variedade, que decompõem a variedade em folhas (órbitas) que podem variar de dimensão, de acordo com o estabilizador dos pontos de cada folha. Nosso interesse principal acerca desses objetos é estudar o caráter **cohomológico** básico das formas básicas de uma folheação, que consistem nas formas que zeram ao longo da direção das folhas. Mais ainda, sabemos que folheações singulares (Killing) possuem uma ação infinitesimal do feixe de Molino que é induzido através da extensão da ação infinitesimal do feixe de molino no estrato regular da folheação $\mathcal{F}$, que é um aberto denso em $(M, \mathcal{F})$ (como denotamos a variedade folheada). Nesse sentido, podemos tratar da **cohomologia equivariante** atrelada a essa folheação, e estudar resultados de localização de classes características e invariantes topológico-àlgebricos da folheação, como a característica de Euler do espaço das folhas. Esses trabalhos estão feitos para folheações regulares através dos trabalhos (O. Goertsches, D. T"oben, J. Reine Angew. Math., 2018) e (D. Töben, Ann. Inst. Fourier, 2014), que para folheações Riemannianas singulares foi recentemente feito em (F. Caramello, Monat. für Math., 2024). Tendo que sabemos calcular esses objetos para folheações regulares, uma maneira

de calcular para as folheações singulares é através do processo de **desingularização**, que nos permite através de um *blow up* ao longo dos estratos singulares, obter uma aplicação com boas propriedades geométricas (como ser submersão isométrica ao longo de divisores excepcionais) de uma variedade folheada com folhas de mesma dimensão para a variedade folheada singular. Recentemente desenvolvemos técnicas para calcular a cohomologia básica e equivariante desses objetos e relacioná-los com a cohomologia básica da folheação singular que gerou este blow-up. Usando técnicas de topologia àlgebrica e geometria àlgebrica, pretende-se estudar esses resultados em folheações singulares mais específicas e tentar obter resultados de localização, como citado anteriormente. A apresentação consiste, por fim, de apresentar brevemente essas ideias e os resultados obtidos até então, de maneira a divulgar o trabalho de dissertação realizado pela aluna.

15h00 - Daniel Moraes Bergossa (UFSC): Teorema do Sanduíche de Presunto

O teorema do Sanduíche de Presunto estabelece, em sua versão mais concreta, que dados trê subconjuntos limitados e mensuráveis em $\mathbb{R}^3$ existe um plano que divide cada subconjunto na metade de sua medida, simultaneamente. Como o teorema envolve subconjuntos mensuráveis e medida, consideramos a medida usual de Lebesgue em $\mathbb{R}^3$. Há uma generalização do teorema para uma dimensão qualquer do espaço euclidiano e uma versão abstrata em um espaço de medida arbitrário. Para demonstrar o teorema, fez-se necessário a utilização do teorema da Convergência Dominada e do teorema de Borsuk–Ulam, no qual permitiram nortear os pré-requisitos do trabalho.

16h30 - Jonas Eduardo Fonseca (UNIFEI): Um Estudo Sobre Alguns Tópicos em Criptografia

A criptografia RSA é um método de chave pública baseado na dificuldade de fatorar números grandes em primos. O RSA utiliza dois primos grandes, p e q, para definir o módulo $N = pq$ e um expoente e tal que $mdc(e, \varphi(N)) = 1$, onde $\varphi(N)$ é a função totiente de Euler. A codificação e a decodificação são realizadas por exponenciação modular. Este trabalho apresenta a estrutura do RSA e sua segurança, destacando sua relação com a Teoria dos Números.

17h00 - João Vitor Borges de Oliveira Mateus (USP): Medida do Conjunto de Cantor

Nesta apresentação será explorada a construção do Conjunto de Cantor clássico e suas propriedades, chegando a conclusão de que o mesmo possui medida nula e também a construção de um tipo de Conjunto de Cantor Gordo, o qual tem medida positiva, além de uma estimativa para a medida de conjuntos com construção análoga.

Sessão de Pôsteres

Quarta-feira, 12 de fevereiro, às 11h00

Ângelo Gabriel Fernandes Castilho (UFGD): Funções Convexas

Dentre as várias classes de funções estudadas em matemática, existe uma que se destaca pelas excelentes propriedades que possui: a classe das funções convexas. Em otimização, a convexidade permite, por exemplo, concluir que minimizadores locais são globais, ou ainda, que pontos estacionários são minimizadores.

Anna Lethycia de Almeida Lira (UFMS): O Problema da Sonoboia

O presente trabalho é resultado de um estudo de iniciação científica do Curso de Licenciatura em Matemática, ligado ao Programa de Educação Tutorial (PET). Neste trabalho, o objetivo é resolver o problema da sonoboia (THOMAS; WEIR; HASS, 2014), o qual visa localizar um submarino que se desloca em uma trajetória parabólica $y = x^2$, a partir da determinação de um ponto de aproximação máxima (PAM) em relação a uma sonoboia na água, a qual está localizada no ponto $A\left(2, -\frac{1}{2}\right)$. O problema será abordado e resolvido com o auxílio de ferramentas matemáticas, como o Método da Bissecção, Software de Planilhas Eletrônicas e o Software GeoGebra, com o intuito de mostrar uma resolução de fácil acesso para entendimento a um estudante de graduação. Além disso, tem o propósito de preparar apresentações orais e escritas sobre o tema, de modo a disponibilizar aos alunos interessados do curso de Licenciatura em Matemática, um material introdutório aos que desejam prosseguir os estudos em Cálculo Numérico.

Axel Esaú Díaz Castillo (UFSCar): The Green's Function on Rhombic Flat Tori

We obtain the Green's function G for any flat rhombic torus T, always with numerical values of significant digits up to the fourth decimal place (noting that G is unique for $|T| = 1$ and $\int_T G dA = 0$). This precision is guaranteed by the strategies we adopt, which include theorems such as the Legendre Relation, properties of the Weierstraß P-Function, and also the algorithmic control of numerical errors. Our code uses complex integration routines developed by H. Karcher, who also introduced the symmetric P-Weierstraß function, and these resources simplify the computation of elliptic functions considerably.

Beatriz de Faria (UFABC): Uma introdução ao Índice de Conley por meio da teoria de Morse clássica

Dada uma variedade suave M, dizemos que uma função $f : M \to \mathbb{R}$ é uma função de Morse se todos os pontos críticos de f são não degenerados e, portanto, isolados. Para entender o papel que as funções de Morse desempenham no estudo da topologia das variedades, usamos técnicas de topologia algébrica. Os teoremas da Teoria de Morse conectam o comportamento de uma função de Morse $f : M \to \mathbb{R}$ com a topologia de M.

Neste trabalho, veremos como o Índice de Conley generaliza o Índice de Morse. Para tanto, faremos uma breve introdução à teoria de Morse, apresentando alguns dos principais teoremas da área. Em seguida, introduziremos o Índice de Conley, destacando algumas de suas propriedades. Por fim, veremos como o Índice de Conley se relaciona com a teoria de Morse.

Brian Rennó Nascimento Santos (UNIFEI): Funçoes de Morse

O principal resultado do trabalho foi o **Lema de Morse**, que é um teorema que descreve o comportamento local de funçoes de Morse em vizinhanças de seus pontos críticos não degenerados. Um exemplo é a função

$$f(x, y) = -4x^2 + 2xy - y^2,$$

que, em uma vizinhança de seu ponto crítico não degenerado $(0, 0)$, pode ser transformada, através de uma mudança de variáveis locais, na função

$$f(X, Y) = -X^2 - Y^2.$$

Bruno Rabelo Finóchio (UFLA): Somando séries numéricas: uma abordagem usando Séries de Fourier

Neste trabalho, exploramos duas clássicas somas infinitas através do uso das Séries de Fourier: a soma dos inversos dos quadrados dos números ímpares

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

e a famosa soma dos inversos dos quadrados de todos os números naturais

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = \frac{\pi^2}{6},$$

conhecida como o Problema de Basel. Ambas as somas são calculadas por meio da expansão em Séries de Fourier de uma função, aproveitando suas propriedades periódicas e simetria. Através dessa abordagem, mostramos como a análise harmônica permite derivar somatórios infinitos de maneira elegante e rigorosa, destacando a beleza e a utilidade das Séries de Fourier em problemas de análise matemática.

Carolini Carvalho Nascimento (UFMS): Séries de Funções: Uma Aplicação de Séries de Potências

O tema de Sequências e Séries de Funções desempenham um papel fundamental para a resolução de problemas em diferentes áreas da matemática, facilitando a compreensão e representação de funções complexas de maneira simplificada e aproximada. Dessa forma, o objetivo principal deste trabalho é demonstrar uma representação da função logaritmo como série de potências. Portanto, serão abordados os conceitos de sequências e séries de funções, assim como as definições de convergência simples e uniforme, e finalmente o conceito de séries de potências e seus teoremas de convergência, os quais possibilitam a demonstração da representação da função logaritmo. Além disso, os conceitos mencionados acima também foram explorados a fim de garantir um aprofundamento dos conhecimentos adquiridos na disciplina de Introdução à Análise Real, os quais são de suma importância para os alunos que desejam dar continuidade aos estudos em uma pós-graduação em Matemática.

Édson Costa Santa Rosa (UNIMONTES): Uma Revisão Sistemática da Integral de Lebesgue e sua comparação com a Integral de Riemann

A integral de Riemann desempenhou um papel central na análise matemática desde sua criação, possibilitando o cálculo de áreas e volumes com precisão, no entanto, apresenta limitações ao tratar funções com descontinui-dades ou comportamentos irregulares. Para superar esses desafios, Henri Lebesgue propôs, no início do século XX, uma nova abordagem baseada na teoria da medida, ampliando o escopo da integração. Este trabalho revisa sistematicamente as integrais de

Riemann e Lebesgue, destacando suas definições, propriedades e aplicações. Baseando-se em textos clássicos, como *Elements of Integration* de Bartle e *Real Analysis* de Folland, evidenciamos como a integral de Lebesgue supera as limitações da integral de Riemann, especialmente em contextos avançados, como teoria da probabilidade, espaços L^p e física teórica. Este estudo busca aprofundar o conhecimento nessas teorias fundamentais, preparando o autor para pesquisas futuras na área de análise matemática.

Eduardo Furlan (UTFPR): Hackenbush: Jogos e Números Surreais

Hackenbush, segundo Conway, é jogado por dois jogadores, Esquerdo e Direito, que removem segmentos coloridos de uma figura. O jogador Esquerdo remove segmentos azuis ou verdes, enquanto o Direito remove segmentos vermelhos ou verdes. O jogo termina quando um jogador não tem mais movimentos possíveis, sendo considerado perdedor.

A construção de números surreais é dada por $x = \{X_L|X_R\}$, onde X_L e X_R são dois conjuntos de números surreais, com a condição de que nenhum elemento de X_L seja maior ou igual a qualquer elemento de X_R. A operação de construção de um jogo segue a mesma lógica, mas sem a restrição de ordenação. Ou seja, um jogo é descrito por $G = \{G_L|G_R\}$, onde G_L e G_R são conjuntos de posições possíveis para os jogadores Esquerdo e Direito, respectivamente.

Em um jogo, as posições são compostas por opções que restringem os movimentos de cada jogador. Por exemplo, se Esquerdo tem as opções A, B, e C e Direito tem a opção D, podemos escrever o jogo como $G = \{A, B, C|D\}$.

Em uma posição de valor $0 = \{|\}$, a estratégia vencedora é para o jogador que joga por segundo. Em uma posição de valor $1 = \{0|\}$, Esquerdo vence, enquanto em uma posição de valor $-1 = \{|0\}$, Direito vence. A posição com valor $* = \{0|0\}$, chamada de estrela, favorece quem começa.

Em termos gerais:

- $P > 0$ significa que Esquerdo possui uma estratégia vencedora.
- $P < 0$ significa que Direito possui uma estratégia vencedora.
- $P = 0$ significa que quem joga por segundo possui uma estratégia vencedora.
- $P \| 0$ significa que quem começa a jogar possui uma estratégia vencedora.

Ellen Peixoto de Oliveira (UNICAMP): Categorias Sistemas

Dadas categorias $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ e funtores $F : \mathcal{A} \to \mathcal{C}$, $G : \mathcal{B} \to \mathcal{C}$, conseguimos definir uma categoria, denotada por (F/G) e chamada de *sistema*, cujos objetos são triplas (A, B, α), onde $A \in \mathrm{Obj}(\mathcal{A})$, $B \in \mathrm{Obj}(\mathcal{B})$ e $\alpha : F(A) \to G(B) \in \mathrm{Mor}(\mathcal{C})$ e os morfismos s ao pares $(f, g) : (A, B, \alpha) \to (A', B', \alpha')$ com $f : A \to A' \in \mathrm{Mor}(\mathcal{A})$, $g : B \to B' \in \mathrm{Mor}(\mathcal{B})$ tais que o diagrama abaixo comuta:

$$\begin{array}{ccc} F(A) & \longrightarrow & F(A') \\ \downarrow & & \downarrow \\ G(B) & \longrightarrow & G(B') \end{array}$$

Através do estudo de conceitos de teoria das categorias, como categoria abeliana, grupo de Grothendieck e estabilidade, iremos exibir alguns resultados obtidos usando a categoria sistemas. Dentre eles:

Teorema 1 *Sejam $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ categorias abelianas, $F : \mathcal{A} \to \mathcal{C}$ funtor exato à direita e $G : \mathcal{B} \to \mathcal{C}$ funtor exato à esquerda. Então (F/G) é uma categoria abeliana.*

Teorema 2 *Sejam $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$ categorias abelianas, $F : \mathcal{A} \to \mathcal{C}$ funtor exato à direita e $G : \mathcal{B} \to \mathcal{C}$ funtor exato à esquerda. Então $K((F/G)) \cong K(\mathcal{A}) \oplus K(\mathcal{B})$.*

Teorema 3 *Sejam $\mathcal{A}$ e $\mathcal{B}$ categorias noetherianas com $Z_{\mathcal{A}}$ função de estabilidade em $\mathcal{A}$ e $Z_{\mathcal{B}}$ função de estabilidade em $\mathcal{B}$ tais que a imagem de $\mathrm{Re}\, Z_{\mathcal{A}}$ e $\mathrm{Re}\, Z_{\mathcal{B}}$ sejam discretas. Então a filtração de Harder-Narasimhan existe em (F/G) com respeito a função de estabilidade $Z = Z_{\mathcal{A}} + Z_{\mathcal{B}}$.*

Gileade Trentin Detogni (UTFPR): O Teorema Espectral e Aplicações

Neste trabalho, serão apresentadas duas versões (uma para operadores autoadjuntos, e outra para operadores normais) do Teorema Espectral, um dos resultados mais importantes da Álgebra Linear. Ademais, serão abordadas aplicações deste teorema nas áreas de Equações Diferenciais Ordinárias e de Geometria Diferencial.

Jean da Cruz Oliveira (UFLA): O Significado Geométrico do Operador Laplaciano

O operador de Laplace (Laplaciano), denotado por Δ, é um operador diferencial muito utilizado em equações diferenciais que modelam diversos fenômenos físicos e biológicos, como a equação da onda, equação do calor, modelos epidemiológicos com difusão, entre outros.
Seja $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ um aberto e $u : \Omega \to \mathbb{R}$ de classe C^2. O *Laplaciano* de u é a função $\Delta u : \Omega \to \mathbb{R}$ dada por:

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \cdots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = \operatorname{div}(\nabla u).$$

O objetivo deste trabalho é obter um significado geométrico do operador em $\mathbb{R}^3$. Para isso, vamos demonstrar um resultado que decorre da propriedade da média que o Laplaciano possui.

Jonas Eduardo Fonseca (UNIFEI): Retratos de fase global de sistemas Van der Pol generalizado

No artigo (J. Llibre, C. Valls, Bull. Sci. Math., 2023), os autores caracterizaram quando a origem de um sistema de Van der Pol generalizado é um centro e classificaram todos os retratos de fase globais para $f(x) = a_1x + a_2x^2$. Nesta dissertação, buscamos aprofundar o estudo desse artigo e expandir esse estudo para funções da forma $f(x) = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$, explorando a estrutura dos retratos de fase.
Inicialmente, estudamos o sistema Van der Pol clássico, proveniente das equações de Liénard, ou seja, quando $f(x) = x^3 - x$. Em seguida pretendemos estender a estabilidade dos pontos de equilíbrio do sistema generalizado a fim de encontrar todos os possíveis retratos de fase globais usando para isto a compactificação de Poincaré.

Laura Ribeiro Grill (UFLA): Uma bola pode ser quadrada?

Quem nunca ouviu falar da bola quadrada do Quico? No seriado Chaves, o personagem Quico sonhava com uma *bola* desse formato. Contudo, quando mencionamos bola, geralmente pensamos no objeto esférico que encontramos no nosso cotidiano. No mundo da Matemática, entretanto, bola é um conceito abstrato. Com isso, o objetivo deste trabalho é apresentar quais mudanças geométricas ocorrem nesses conjuntos, que chamamos de bolas, quando temos diferentes formas de calcular distâncias.

A fim de compreender melhor a temática, apresentaremos neste trabalho as definições de métrica, bola aberta, bola fechada e esfera, além de três exemplos de métricas (métrica euclidiana, métrica do máximo e métrica da soma) para que seja possível representar a bola quadrada. Nesse sentido, a Matemática nos permite conceitualizar e representar a bola quadrada tão imaginada pelo Quico.

Leonardo Ticiano Pires Fernandez (UFABC): Produtos de espaços topológicos c.c.c.

O objetivo principal do presente trabalho é responder a seguinte pergunta: O produto de espaços c.c.c. é c.c.c.? Tal pergunta é independente de ZFC. Obtemos uma resposta negativa para essa pergunta se assumirmos a existência de uma reta de Suslin ou, ainda, na presença da Hipótese do Contínuo. Por outro lado, mostramos que o Axioma de Martin junto com a negação da Hipótese do Contínuo implica que o produto de espaços topológicos c.c.c. é c.c.c.

Lucas Milani Viegas Carbonari (UFGD): Paradoxo da Rotação da Moeda: Uma solução através da Geometria Diferencial

A apresentação aborda uma proposta de solução para o Paradoxo da Rotação da Moeda, um problema que investiga o movimento de uma moeda que gira em torno de outra moeda fixa, sem deslizar, enquanto também realiza rotações sobre si mesma. O objetivo é determinar quantas voltas a moeda móvel realiza sobre si mesma ao completar uma volta ao redor da moeda fixa. A solução apresentada utiliza o índice de rotação de curvas, uma ferramenta da Geometria Diferencial, aplicada às curvas epicicloides geradas pelo movimento relativo das circunferências. O estudo considera o caso mais geral em que uma circunferência de raio 1 gira ao redor de outra circunferência de raio R, tal que $R \in \mathbb{N}$.

Lucas Xavier (UFPR): Implementação de Algoritmos Evolucionários Multiobjetivos em Redes Neurais Informadas pela Física

As Redes Neurais Informadas pela Física (PINNs) são uma abordagem inovadora e promissora para resolver Equações Diferenciais Parciais (EDPs), integrando conhecimentos sobre o comportamento físico diretamente no treinamento das redes. No entanto, ao serem aplicadas a certas EDPs,

como Sine-Gordon e a equação de Schamel, as PINNs frequentemente apresentam dificuldades em aproximar soluções exatas de maneira satisfatória. Este trabalho explora a integração de algoritmos evolucionários multiobjetivos como uma estratégia para otimizar as PINNs, buscando melhorar a precisão das soluções em três EDPs específicas: Korteweg-de-Vries modificada (mKdV), Sine-Gordon e Schamel.

Foram utilizados os algoritmos evolucionários NSGA-II, NSGA-III e MOEA/D para ajustar hiperparâmetros e arquiteturas, maximizando a capacidade das PINNs de minimizar erros de aproximação, como a perda na norma L^2. Os resultados demonstraram que, para as equações mKdV e Sine-Gordon, os hiperparâmetros otimizados proporcionaram uma melhora significativa na precisão das soluções, alcançando uma redução de erro em até uma ordem de magnitude (10^{-2}). No entanto, a equação de Schamel ainda apresentou limitações, destacando a necessidade de avanços adicionais para superar essas dificuldades. Esses resultados preliminares sugerem que a integração de algoritmos evolucionários pode mitigar as limitações das PINNs em problemas desafiadores e abrir novas possibilidades para sua aplicação em sistemas dinâmicos complexos e não lineares.

Realização e apoio financeiro

Os comitês organizador e científico gostariam de agradecer ao Departamento de Matemática da UFSCar pelo suporte, fundamental para a realização deste evento. A infraestrutura disponibilizada e o apoio institucional foram essenciais para proporcionar um ambiente acadêmico propício ao intercâmbio de ideias e à disseminação do conhecimento matemático.

Além disso, este evento é realizado com o apoio financeiro da UFSCar, do PPGM-UFSCar, do INCTMat, da CAPES e da FAPERJ, cujo suporte viabiliza a participação de pesquisadores de diversas instituições, a realização de palestras e minicursos, e a promoção de um ambiente acadêmico enriquecedor para o desenvolvimento da Matemática.