Luiz Hartmann
Dirk Töben

EXAME DE QUALIFICAÇÃO
GEOMETRIA

06.03.2015

1. Considere a 1-forma α em $\mathbb{R}^2\backslash\{0\}$ definida por

$$\alpha = \frac{1}{2\pi}\frac{xdy - ydx}{x^2 + y^2}.$$

Mostre que α é fechada. Calcule $\int_{S^1}\alpha$. A restrição de α a S^1 é exata? Justifique.

2. Mostre que uma aplicação $f : M^2 \to \mathbb{R}$ de classe C^∞ de uma variedade diferenciável M conexa de dimensão 2 não é injetora.

3. $SL(n,\mathbb{R}) = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid \det A = 1\}$ e $O(n) = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid A^T A = I_n\}$ têm uma estrutura de um grupo de Lie. Verdadeiro ou falso? Justifique.

4. Qual é a dimensão do grupo de Lie $SO(3) = \{A \in M_n(\mathbb{R}) \mid A^T A = I_n, \det A = 1\}$? Este grupo de Lie é isomorfo a um toro da mesma dimensão como grupos de Lie? Justifique.