1.a Atividade Álgebra Linear 1
Professor: Edivaldo L. dos Santos

Nome: _____
Assinatura: _____
RA : _____

Entregar até 27/04/17.

1. Sejam E, F espaços vetoriais. Uma função $f : E \to F$ chama-se *par* (respectivamente, *ímpar*) quando $f(-v) = f(v)$ (respectivamente, $f(-v) = -f(v)$) para todo $v \in E$. Prove que o conjunto A das funções pares e o conjunto B das funções ímpares são subespaços vetoriais de $\mathcal{F}(E; F)$ e vale $\mathcal{F}(E; F) = A \oplus B$.

2. Seja $V \neq \{0\}$ um espaço vetorial finitamente gerado.

   Mostre que $B \subset V$ é uma base se, e somente se, todo vetor $v \in V$ se escreve de forma única como combinação linear dos elementos de B.

3. Considere os seguintes subespaços vetoriais de $M_{n\times n}(\mathbb{R})$:

$$\mathcal{S} = \{A \in M_{n\times n}(\mathbb{R}) | A^t = A\} \text{ e } \mathcal{A} = \{A \in M_{n\times n}(\mathbb{R}) | A^t = -A\}$$

   Obtenha bases para $\mathcal{S}$ e $\mathcal{A}$ e conclua que $\dim \mathcal{S} = n(n+1)/2$ e $\dim \mathcal{A} = n(n-1)/2$.

4. Considere os seguintes subespaços de $\mathbb{R}^4$:

   $U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 \, ; x = 2y, x - 3y + t = 0\}$ e $W = [(1, 2, 1, 3), (3, 1, -1, 4)]$.

   Determine uma base e a dimensão dos seguintes subespaços: U, W, $U \cap W$ e $U + W$.