Álgebra linear A

2ª lista de exercícios

Prof. Edivaldo L. dos Santos

(1) (a) Seja $V = \mathbb{R}^3$. Encontre $U + W$, onde $U = \{(a, b, 0) : a, b \in \mathbb{R}\}$ e $W = \{(0, b, c) : b, c \in \mathbb{R}\}$ são subespaços de V. Calcule a dimensão de $U \cap W$.

(b) Sejam $U = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 0\}$ e $W = [(1, 2, 0), (3, 1, 2)]$ subespaços de $V = \mathbb{R}^3$. Determine uma base e a dimensão de U, W, $U + W$ e $U \cap W$.

(2) Sendo W e U subespaços de dimensão 3 de $\mathbb{R}^4$, que dimensões pode ter $W+U$ se $(1, 2, 1, 0)$, $(-1, 1, 0, 1)$, $(1, 5, 2, 1)$ é um sistema de geradores de $W \cap U$?

(3) (a) Determine as coordenadas do vetor $u = (2, 1, 4)$ do $\mathbb{R}^3$ em relação às bases B= base canônica e $C = (1, 1, 1), (1, 0, 1), (1, 0, -1)$.

(b) Encontre as matrizes de mudança de B para C e de C para B.

(4) Determine as coordenadas do polinômio $p(t) = 10 + t^2 + 2t^3$ em relação às seguintes bases de $\mathcal{P}_3(\mathbb{R})$ e encontre as matrizes de mudança de B para C e de C para B.

(a) E = base canônica.

(b) $B = \{1, 1 + t, 1 + t + t^2, 1 + t + t^2 + t^3\}$.

(c) $C = \{4 + t, 2, 2 - t^2, t + t^3\}$.

(5) Determine as coordenadas da matriz $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -8 & 7 \end{pmatrix}$ em relação às seguintes bases de $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$:

(a) base canônica.

(b) $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \right\}$.

(6) A matriz de mudança de uma base B do $\mathbb{R}^2$ para a base $\{(1, 1), (0, 2)\}$ deste mesmo espaço é $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$. Determine a base B.

(7) A matriz de mudança da base $\{1 + t, 1 - t^2\}$ para uma base C ambas do mesmo subespaço de $P_2(\mathbb{R})$ é $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. Determine a base C.