Lista 1 - Cálculo 2

Professor: Edivaldo L. dos Santos

1. Considere as curvas $\gamma : I \to \mathbb{R}^2$ cujas equações paramétrica são dadas por:

   (a) $x = -1 + t$, $y = 2 - t$, $I = \mathbb{R}$

   (b) $x = \cos(t)$, $y = -3 + \text{sen(t)}$, $I = [0, 2\pi]$

   (c) $x = 3\cos(t)$, $y = 2\text{sen(t)}$, $I = [0, 2\pi]$

   (d) $x = \sec(t)$, $y = \text{tg(t)}$, $I = \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$.

   (e) $x = \sqrt{t}$, $y = 1 - t$, $I = [0, +\infty)$

   (f) $x = t^2$, $y = t^3$, $I = \mathbb{R}$.

   (g) $x = \text{sen}^2\text{(t)}$, $y = \cos^2(t)$, $I = \mathbb{R}$

   (h) $x = 2\cos(t)$, $y = \text{sen}^2\text{(t)}$, $I = \mathbb{R}$.

   (i) $x = e^t$, $y = e^{-t}$, $I = \mathbb{R}$

   (j) $x = \ln(t)$, $y = \sqrt{t}$, $I = [1, +\infty)$.

   (i) Elimine o parâmetro t para encontrar a equação certesiana da curva.

   (ii) Esboçe o traço da curva γ e indique com uma seta a sua orientação.

2. Determine uma parametrização para cada uma das seguintes curvas:

   (a) a reta de equação cartesiana $2x - 3y = 6$

   (b) a parábola de equação cartesiana $x^2 = 4ay$

3. Descreva o movimento de uma partícula com posição $P(x, y)$ quando t varia no intervalo dado:

   (a) $x = 4 - 4t$, $y = 2t + 5$, $0 \leq t \leq 2$

   (b) $x = \cos(\pi t)$, $y = \text{sen}(\pi\text{t})$, $1 \leq t \leq 2$.

   (c) $x = 2 + \cos(t)$, $y = 3 + \text{sen(t)}$, $0 \leq t \leq 2\pi$

   (d) $x = 2\text{sen(t)}$, $y = 3\cos(t)$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

   (e) $x = \cos^2(t)$, $y = \cos(t)$, $0 \leq t \leq 4\pi$

   (f) $x = \text{tg(t)}$, $y = \text{cotg(t)}$, $\frac{\pi}{6} \leq t \leq \frac{\pi}{3}$.

4. Determine o domínio das funções vetoriais:

   (a) $\vec{r}(t) = t^2\vec{i} + \sqrt{t-1}\vec{j} + \sqrt{5-t}\vec{k}$ (b) $\vec{r}(t) = \ln(t)\vec{i} + \frac{t}{t-1}\vec{j} + e^{-t}\vec{k}$

5. Calcule os limites:

   (a) $\lim\limits_{t \to 0^+} \left(\cos(t)\vec{i} + \text{sen}(t)\vec{j} + t\ln(t)\vec{k}\right)$

(b) $\lim_{t\to 0}\left(\left[\frac{e^t-1}{t}\right]\vec{i}+\left[\frac{\sqrt{1+t}-1}{t}\right]\vec{j}+\left[\frac{3}{1+t}\right]\vec{k}\right)$.

(c) $\lim_{t\to 1}\left(\left[\sqrt{t+3}\right]\vec{i}+\left[\frac{t-1}{t^2-1}\right]\vec{j}+\left[\frac{\mathrm{tg(t)}}{t}\right]\vec{k}\right)$.

(d) $\lim_{t\to \infty}\left(e^{-t}\vec{i}+\left[\frac{t-1}{t+1}\right]\vec{j}+\mathrm{arctg}(t)\vec{k}\right)$.

(e) $\lim_{t\to 2}\left(\left[\frac{t^3-8}{t^2-4}\right]\vec{i}+\left[\frac{\cos(\frac{\pi}{t})}{t-2}\right]\vec{j}+2t\vec{k}\right)$.

6. (i) Esboçe o traço da curva plana com equação vetorial dada.

   (ii) Determine $\frac{d}{dt}\vec{r}(t)$, desenhe o vetor de posição $\vec{r}(t)$ e o vetor tangente $\frac{d}{dt}\vec{r}(t)$ para o valor dado de t.

   (a) $\vec{r}(t)=\cos(t)\vec{i}+\mathrm{sen}(t)\vec{j}$, $t=\frac{\pi}{4}$.

   (b) $(1+t)\vec{i}+t^2\vec{j}$, $t=1$.

   (c) $\vec{r}(t)=e^t\vec{i}+e^{-2t}\vec{j}$, $t=0$.

   (d) $\sec(t)\vec{i}+\mathrm{tg}(t)\vec{j}$, $t=\frac{\pi}{4}$.

7. Seja $\vec{r}(t)=\sqrt{t}\vec{i}+(t-t^2)\vec{j}+\mathrm{arctg(t)}\vec{k}$. Determine o versor tangente $\vec{T}(t)$ e calcule $\vec{T}(1)$.

8. Determine a equação vetorial da reta tangente à trajetória da função

$$\vec{r}(t)=\frac{1}{t}\vec{i}+\frac{1}{t}\vec{j}+t^2\vec{k}, t=2.$$

9. Se $\vec{r}(t)=t\vec{i}+t^2\vec{j}+t^3\vec{k}$, determine $\vec{r'}(t)$, $\vec{T}(1)$, $\vec{r''}(t)$ e $\vec{r'}(t)\wedge\vec{r''}(t)$.