Lista 3 - Cálculo 2

Professor: Edivaldo L. dos Santos

1. Determine o domínio e represente graficamente:
   (a) $f(x,y) = \sqrt{x+y}$ (b) $f(x,y) = \sqrt{x} + \sqrt{y}$
   (c) $f(x,y) = \ln(9 - x^2 - 9y^2)$ (d) $f(x,y) = \dfrac{x-3y}{x+3y}$
   (e) $f(x,y) = \dfrac{3x+5y}{x^2+y^2-4}$ (f) $f(x,y) = \sqrt{y-x}\ \ln(y+x)$
   (g) $f(x,y) = xy\sqrt{x^2+y}$ (h) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2-1} + \ln(4-x^2-y^2)$
   (i) $z = f(x,y) = \sqrt{y-x^2} + \sqrt{2x-y}$ (j) $z^2 + 4 = x^2 + y^2, z \geq 0$

2. Para cada uma das funções $z = f(x,y)$, determine o domínio, as curvas de nível e os traços verticais. Represente geometricamente cada um desses conjuntos e esboce o gráfico de f:
   (a) $f(x,y) = 1 - x - y$ (b) $f(x,y) = \text{sen}(y)$
   (c) $f(x,y) = 1 - x^2$ (d) $f(x,y) = 3 - x^2 - y^2$
   (e) $f(x,y) = x^2 + 9y^2$ (f) $f(x,y) = \sqrt{16 - x^2 - 16y^2}$
   (g) $f(x,y) = \sqrt{x^2+y^2}$ (h) $f(x,y) = 2 + \sqrt{x^2+y^2}$
   (i) $z = f(x,y) = \sqrt{36 - 9x^2 - 4y^2}$

3. Desenhe o mapa de contornos das funções dadas, mostrando algumas curvas de nível:
   (a) $f(x,y) = xy$ (b) $f(x,y) = x^2 - y^2$ (c) $f(x,y) = \frac{x}{y}$
   (d) $f(x,y) = \frac{x+y}{x-y}$ (e) $f(x,y) = \sqrt{x+y}$ (f) $f(x,y) = y - \cos(x)$
   (g) $f(x,y) = x - y^2$ (h) $f(x,y) = e^{\frac{1}{x^2+y^2}}$

4. Calcule o limite, se existir, ou mostre que o limite não existe:
   (a) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2}{x^2+y^2}$ (b) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{(x+y)^2}{x^2+y^2}$ (c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{8x^2y^2}{x^4+y^4}$
   (d) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^3+xy^2}{x^2+y^2}$ (e) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2+y^2}{\sqrt{x^2+y^2+1}-1}$ (f) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^3y^2}{x^2+y^2}$
   (g) $\lim\limits_{(x,y)\to(2,0)} \dfrac{xy-2y}{x^2+y^2-4x+4}$ (h) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy^2}{x^2-y^2}$ (i) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+y^2}}$
   (j) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+y^2}}$ (k) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy(x-y)}{x^4+y^4}$ (l) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{\text{sen}(x^2+y^2)}{x^2+y^2}$
   (m) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2+\text{sen}^2(y)}{2x^2+y^2}$ (n) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{xy\cos(y)}{3x^2+y^2}$ (o) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{x^2\text{sen}^2(y)}{x^2+2y^2}$

5. Determine o conjunto dos pontos de continuidade das funções:

(a) $f(x,y) = \dfrac{\text{sen } (xy)}{e^x - y^2}$

(b) $f(x,y) = \dfrac{x-y}{1+x^2+y^2}$

(c) $f(x,y) = \ln\,(x^2+y^2-4)$

(d) $f(x,y,z) = \sqrt{x+y+z}$

$$(e)\ f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+xy+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$(f)\ f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^3}{2x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$(g)\ f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{e^{r^2-1}} & \text{se } r < 1, r = ||(x,y)|| \\ 0 & \text{se } r \geq 1 \end{cases}$$

$$(h)\ f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$$(i)\ f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\text{sen}(x^2+y^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{se } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$