Lista 6 - Cálculo 2

Professor: Edivaldo Lopes dos Santos

1. Determine os valores máximos e mínimos locais e os pontos de sela da função.

   a) $f(x,y) = 9 - 2x + 4y - x^2 - 4y^2$. Resp. $(-1, 1/2)$ único ponto critico- max local

   b) $f(x,y) = x^3y + 12x^2 - 8y$. Resp. $(2, -4)$ único ponto critico- ponto de sela

   c) $f(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$. Resp. $(0,0)$ min local, $(\sqrt{2}, -1)$ e $(-\sqrt{2}, -1)$ pontos de sela.

   d) $f(x,y) = e^{4y-x^2-y^2}$. Resp. $(0,2)$ único pontocritico- max local

   e) $f(x,y) = xy - 2x - y$. Resp. $(1,2)$ único ponto critico- nem min e nem max local.

   f) $f(x,y) = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y$. Resp. $(4,4)$ único ponto critico- max local.

2. Determine os valores máximo e mínimo absolutos de f no conjunto D.

   a) $f(x,y) = 5 - 3x + 4y$, D é a região tringular fechada com vértices $(0,0)$, $(4,0)$ e $(4,5)$. Resp. $(4,0)$ é ponto de min absoluto e (4,5) é ponto de max absoluto.

   b) $f(x,y) = x^2 + y^2 + x^2y + 4$, $D = \{(x,y) : |x| \leq 1, |y| \leq 1\}$. Resp. $(0,0)$ é ponto de min absoluto e (1,1) e (-1,1) são pontos de max absoluto.

   c) $f(x,y) = 2x^2 + x + y^2 - 2$, $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$. Resp. $(-1/4, 0)$ é ponto de min absoluto e (2,0) é ponto de max absoluto.

   d) $f(x,y) = 1 + xy - x - y$, D é a região limitada pela parábola $y = x^2$ e a reta $y = 4$.Resp. $(-2, 4)$ é ponto de min absoluto e (2,4) é ponto de max absoluto.

   e) $f(x,y) = x^2 + 2xy + 3y^2$, D é a região triangular fechada com vértices $(-1,1)$, $(2,1)$ e $(-1,-2)$. Resp. $(0,0)$ é ponto de min absoluto e (-1,-2) é ponto de max absoluto.

3. Determine o ponto do plano $2x - y + z = 1$ que está mais próximo do ponto $(4,1,3)$. Resp. (1,5/2,35/2).

4. Determine três números positivos cuja a soma é 100 e cujo produto é máximo. Os numeros são $x = y = z = 100/3$.

5. A base de um aquário com volume V é feita de ardósia e os lados sâo de vidro. Se o preço da ardósia (por unidade de área) equivale a cinco vezes o preço do vidro, determine as dimensões do aquário para minimizar o custo do material. Resp. As dimensões são $x = \sqrt[3]{(2/5)V}$, $y = \sqrt[3]{(2/5)V}$ e $z = 5/2\sqrt[3]{2/5V}$.

6. Utilize o método dos multiplicadores de Lagrange para determinar os valores máximo e mínimo das funções com as restrições dadas.

   a. $f(x,y) = x^2 - y^2; \quad x^2 + y^2 = 1$. Resp. $(\pm 1, 0)$ máximos condicionados e $(0, \pm 1)$ mínimos condicionados.

   b. $f(x,y) = x^2y; \quad x^2 + 2y^2 = 6$. Resp. $(\pm 2, 1)$ máximos condicionados e $(\pm 2, -1)$ mínimos condicionados.

c. $f(x,y) = x^2+y^2; \quad x^4+y^4 = 1.$ Resp. $(\pm 1/\sqrt[4]{2}, \pm 1/\sqrt[4]{2})$ máximos condicionados e $(\pm 1, 0)$ e $(0, \pm 1)$ mínimos condicionados.

d. $f(x,y,z) = 2x + 6y + 10z; \quad x^2 + y^2 + z^2 = 35.$ Resp. $(1, 3, 5)$ máximo condicionado e $(-1, -3, -5)$ mínimo condicionado.

7. Determine o ponto do elipsóide $x^2+2y^2+3z^2 = 1$, cuja soma das coordenadas seja máxima. Resp. $(\sqrt{6/11}, 1/2\sqrt{6/11}, 1/3\sqrt{6/11})$