083119 - Métodos de Matemática Aplicada - Turma B

Segunda lista de exercícios

Profa. Grazielle Feliciani Barbosa 1 de abril de 2019

---

1. Calcule a transformada de Laplace das seguintes funções:

   (a) $f(t) = e^{-2t-5}$ (b) $f(t) = te^{4t}$ (c) $f(t) = e^{-t}\,\mathrm{sen}\,(t)$

   (d) $f(t) = t\cos(t)$ (e) $f(t) = (1+e^{2t})^2$ (f) $f(t) = \mathrm{sen}\,(2t)\cos(2t)$

   (g) $f(t) = \cos(t)\cos(2t)$ (h) $f(t) = \mathrm{sen}^{\,3}(t)$ (i) $f(t) = e^{at}\cosh(bt)$

   (j) $f(t) = e^{at}\,\mathrm{senh}\,(bt)$ (k) $f(t) = \begin{cases} t, & \text{se} \quad 0 \le t \le 1 \\ 1, & \text{se} \quad t > 1. \end{cases}$ (l) $f(t) = \begin{cases} 0, & \text{se} \quad 0 \le t \le 1 \\ 1, & \text{se} \quad 1 < t \le 2 \\ 0, & \text{se} \quad t > 2. \end{cases}$

   (m) $t^2 - 3t + 2$ (n) $4\cos 3t - 5\,\mathrm{sen}\,2t$ (o) $2te^{3t}$

   (p) $t^2\cos 5t$ (q) $te^{2t}\,\mathrm{sen}\,3t$ (r) $f(t) = \begin{cases} 1 & \text{se } 0 < t < \pi \\ 0 & \text{se } t > \pi. \end{cases}$

2. Mostre que qualquer função polinomial é de ordem exponencial.

3. A função gama é definida pela integral

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{+\infty} t^{\alpha-1}e^{-t}dt,$$

   para $\alpha > 0$. Mostre que

$$\mathcal{L}\{t^\alpha\} = \frac{\Gamma(\alpha+1)}{s^{\alpha+1}}, \;\; \alpha > -1.$$

   Calcule:

   a) $\mathcal{L}\{t^{-1/2}\}$ b) $\mathcal{L}\{t^{1/2}\}$ c) $\mathcal{L}\{t^{3/2}\}$

   Sugestão: Mostre que $\displaystyle\int_0^{+\infty} e^{-x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2}$.

4. Mostre que, se as funções f e g forem de ordem exponencial para $t > T$, então o produto fg também será de ordem exponencial para $t > T$.

5. Calcule a transformada inversa:

   (a) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{3}{s^2+4}\right\}$ (b) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{4}{(s-1)^3}\right\}$ (c) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{2}{s^2+3s-4}\right\}$

   (d) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{(s+1)^3}{s^4}\right\}$ (e) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{2s+1}{s^2-2s+2}\right\}$ (f) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{2s^3-4s^2+16}{s^2(s-2)(s+4)}\right\}$

   (g) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{s^2+3}{(s^2+2s+2)^2}\right\}$ (h) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{1}{4s^2+1}\right\}$ (i) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{1}{s^2+3s}\right\}$

   (j) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\ln\left(\dfrac{s-3}{s+1}\right)\right\}$ (k) $\mathcal{L}^{-1}\left\{\dfrac{\pi}{2} - \mathrm{arctg}\left(\dfrac{s}{2}\right)\right\}$

6. Existe uma função $f(t)$ contínua por partes em $[0,+\infty)$ e de ordem exponencial de tal forma que $\mathcal{L}\{f(t)\} = \dfrac{e^{3s}}{s^5}$?