Universidade Federal de São Carlos
Departamento de Matemática

Exercícios de Números e Funções Reais

Eu ouço, eu esqueço. Eu vejo, eu lembro. Eu faço, eu entendo.
(Provérbio Chinês)

1 Funções

1. Em uma experiência realizada com camundongos, foi observado que o tempo requerido para um camundongo percorrer um labirinto, na n-ésima tentativa, era dado pela função:

$$f(n) = \left(3 + \frac{12}{n}\right) \text{ minutos}$$

   (a) Qual é o tempo necessário para o camundongo percorrer o labirinto na terceira tentativa? E na quinta tentativa?

   (b) Em qual tentativa o camundongo "leva" 3 minutos e 30 segundos para percorrer o labirinto?

2. [Vunesp] Uma pessoa obesa, pesando num certo momento 156 kg, recolhe-se a um spa onde se anunciam perdas de peso de até 2,5 kg por semana. Suponhamos que isso realmente ocorra. Nestas condições:

   (a) Encontre uma fórmula que expresse o peso mínimo P que essa pessoa poderá atingir após n semanas.

   (b) Calcule o número mínimo de semanas completas que a pessoa deverá permanecer no spa para sair de lá com menos de 120 kg de peso.

3. Um operário ganha R$30,00 por hora de trabalho de sua jornada semanal regular de trabalho, que é de 40 horas. Eventuais horas extras são pagas com um acréscimo de 50%. Encontre uma fórmula algébrica para expressar seu salário bruto semanal S, para as semanas em que trabalhar h horas, com $h \geqslant 40$.

4. É dada a função real tal que $f(x) = xm^{x-1}$. Sabendo que $f(2) = 5$, determine o valor de $f(-1)$.

5. Um vendedor de livros tem propostas de duas editoras: a editora A paga um salário fixo de R$1000,00 e comissão de R$200,00 por coleção de livros vendida; a editora B oferece um salário fixo de R$1200,00 e comissão de R$150,00 por clopédia coleção de livros vendida. Sendo f_A e f_B as funções que representam os salários das editoras A e B respectivamente determine:

   (a) As expressões de f_A e f_B;

   (b) Os gráficos dessas funções no mesmo sistema cartesiano;

   (c) Qual das empresas paga melhor salário?

2 Lugar geométrico: circunferência

1. Determine o lugar geométrico definido por cada uma das equações abaixo esboçando o gráfico em cada um dos casos.

(a) $x^2 + y^2 + x - 6y - \frac{15}{4} = 0$

(b) $9x^2 + 9y^2 + 6x - 36y + 64 = 0$

(c) $x^2 + y^2 - 10x + 6y + 36 = 0$

(d) $x^2 + y^2 + 7x - y + 1 = 0$

(e) $x^2 + y^2 - 4x + 10y + 20 = 0$

(f) $x^2 - 6x + y^2 - 8y - 11 = 0$

3 Lugar geométrico: reta

1. Determinar a equação da reta que passa pelos pontos $(3, 1)$ e $(5, 2)$.
2. Escreva a equação da reta que é paralela à reta $2x - 5y + 7 = 0$ e passa pelo ponto $(1, 4)$.

4 Função afim

1. Um investidor dispõe de R$200.000,00 para comprar ações das empresas A e B. Cada lote de ações da empresa A custa R$2.000,00 e da empresa B R$2.500,00. Representando por x e y respectivamente o número de lotes que se pode adquirir, pergunta-se:
   (a) A função linear y = f(x) que relaciona as quantidades de lotes de ações;
   (b) O gráfico dessa função;
   (c) As quantidades máximas de cada lote que se pode adquirir;
   (d) Comprando 40 lotes de ações de A, quanto pode adquirir de B?
   (e) Desejando adquirir 3 vezes mais ações de A, quantos lotes deve adquirir?
2. Uma loja adota a seguinte promoção: "Nas compras acima de R$ 100,00, ganhe um desconto de 20% sobre o valor que exceder R$ 100,00".
   (a) Duas amigas fazem compras no valor de R$ 70,00 e R$ 50,00, respectivamente. Que economia elas fariam se reunissem suas compras em uma única conta?
   (b) Determine e esboce o gráfico da função f que associa a cada valor de compras x o valor $f(x)$ efetivamente pago pelo cliente.
3. Sendo uma função cujo gráfico é uma reta. Sabendo que $f(2) = 2$ e $f(5) = -1$, calcule os coeficientes angular a e linear b da reta.
4. Em uma certa cidade, o preço de uma corrida de UBER é calculado do seguinte modo:
   - a "bandeirada" é R$2,50;
   - durante os primeiros 10km, o preço da corrida é de R$0,80 por km;
   - daí por diante, o preço da corrida passa a ser de R$1,20 por km.

   Para uma corrida de até 30km, $f(x)$ designa o preço total da corrida que começou no km 0 e acabou no km x. Suponha que x varie continuamente no conjunto dos números reais.
   (a) Expresse $f(x)$ algebricamente.
   (b) Calcule o preço de uma corrida de 30km.
   (c) Faça um esboço do gráfico de $y = f(x)$.
5. Determine a função afim que tem o gráfico passando pelo ponto (-2,1) e que forma com os eixos coordenados um triângulo de área 1/2.

5 Lugar geométrico: parábola

1. Um projétil lançado da origem $O = (0, 0)$ segundo um referencial dado, percorre uma trajetória parabólica representada por $y = ax^2 + bx$. Sabendo que o projétil atinge sua altura máxima no ponto $(2, 4)$, escreva a equação dessa parábola.

2. Resolva as seguintes inequações:
   (a) $2x^2 + 5x - 3 \leqslant 0$
   (b) $x^2 + 2x + 1 \leqslant 0$
   (c) $-3x^2 + x - 7 \geqslant 0$

3. Determine o domínio das funções:
   (a) $f(x) = \sqrt{\dfrac{2x^2 + 5x - 3}{x - 1}}$
   (b) $f(x) = \sqrt{\dfrac{-3x^2 + x - 7}{2x^2 + 5x - 3}}$

6 Função quadrática

1. Qual é o valor máximo (ou mínimo) das funções quadráticas $f(x) = 2(x-2)(x+3)$ e $g(x) = 3(2-x)(5+x)$?

2. Qual é a função quadrática f tal que $f(1) = 2$, $f(2) = 5$ e $f(3) = 4$?

3. A função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ é tal que seu gráfico tangencia o eixo das abscissas. Sabendo que $f(1) = f(3) = 2$, determine a, b e c.

4. Uma fazenda para a criação de gado irá cercar uma área de pasto retangular de 7.500 metros quadrados com dois tipos de cerca: cerca de arame comum em três lados e eletrificada no lado restante. Sabendo que o custo da cerca comum é de 10 reais por metro e o da eletrificada é de 5 reais por metro, determine as dimensões da área de pasto de modo a minimizar o custo de material.

5. Quais as dimensões do retângulo de maior área que se pode construir com um fio de comprimento p?

6. Um restaurante a quilo vende 100 kg de comida por dia, a 32 reais o quilo. Uma pesquisa de opinião revelou que, por cada real de aumento no preço, o restaurante perderia 10 clientes, com o consumo médio de 500 gramas cada um. Qual deve ser o preço do quilo de comida para que o restaurante tenha a maior receita possível?