089109 - Cálculo 1 - Turma D

Quinta lista de exercícios

Profª Grazielle Feliciani Barbosa — 23 de setembro de 2019

---

1. Calcule $f'(x_0)$ pela definição, sendo dados:
   (a) $f(x) = x^2 + x$ e $x_0 = 1$
   (b) $f(x) = \sqrt{x}$ e $x_0 = 4$
   (c) $f(x) = 5x - 3$ e $x_0 = -3$
   (d) $)f(x) = 2x^3 - x^2$ e $x_0 = 1$
   (e) $f(x) = 12x$ e $x_0 = 3$
   (f) $f(x) = \dfrac{1}{x^2}$ e $x_0 = 2$
   (g) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ e $x_0 = 1$
   (h) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ e $x_0 = 2$.

2. Em cada item abaixo, determine as equações da retas tangente e normal ao gráfico de f no(s) ponto(s) $(x_0, f(x_0))$. Esboce os gráficos de f e das retas tangente e normal.
   (a) $f(x) = x^2$ e $x_0 = 2$
   (b) $f(x) = \dfrac{1}{x}$ e $x_0 = 2$
   (c) $f(x) = \sqrt{x}$ e $x_0 = 9$
   (d) $f(x) = x^2 - x$ e $x_0 = 1$
   (e) $f(x) = 5x + 4$, $x_0 = 2$, $x_0 = 1$.
   (f) $f(x) = 3x^2 - 5x + 4$, $x_0 = 0$ e $x_0 = 1$.
   (g) $f(x) = \sin x$, e $x_0 = 0$.
   (h) $f(x) = x \cos x$ e $x_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

3. Calcule $f'(x)$ pela definição:
   (a) $f(x) = x^2 + x$
   (b) $f(x) = x^3$
   (c) $f(x) = 3x - 1$
   (d) $f(x) = 10$.

4. Mostre que a função $g(x) = \begin{cases} 2x + 1, & \text{se } x < 1 \\ -x + 4, & \text{se } x \geqslant 1 \end{cases}$ não é diferenciável em $p = 1$. Esboce o gráfico de g.

5. Seja $g(x) = \begin{cases} x^2 + 2, & \text{se } x < 1 \\ 2x + 1, & \text{se } x \geqslant 1 \end{cases}$
   (a) Mostre que g é diferenciável em $x_0 = 1$ e calcule $g'(1)$.
   (b) Esboce o gráfico de g.

6. Em cada item abaixo, calcule $g'(x)$, utilizando as propriedades vistas em aula.

   (a) $g(x) = x^6$ (b) $g(x) = x^{-3}$ (c) $g(x) = \sqrt[4]{x}$

   (d) $g(x) = \tan x$ (e) $g(x) = \sec x$ (f) $g(x) = \cot x$

   (g) $g(x) = x^3 + x^2 + 7x + 6$ (h) $g(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ (i) $g(x) = 5x + \dfrac{x}{x-1}$

   (j) $g(x) = x \sin x$ (k) $g(x) = e^x \sin x \cos x$ (l) $f(x) = 37$

   (m) $f(x) = 17x - 65$ (n) $f(x) = x^3 + x$ (o) $f(x) = \dfrac{6}{x^2}$

   (p) $f(x) = \dfrac{3x^3 - 2x^2 + 4}{4x^3 + 5x^2}$ (q) $f(x) = \dfrac{\cos(x)\cot(x)}{\sec(x) - cos(x)}$ (r) $f(x) = \dfrac{2\cos(x)}{x^2 + \frac{1}{2}x + 1}$

   (s) $f(x) = \dfrac{x^3 \sec(x) tg(x)}{(x^2+1)\cos(x)}$

7. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = e^x$ no ponto de abscissa 0.

8. Seja $g(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } x < 2 \\ 1, & \text{se } x \geqslant 2 \end{cases}$. Verifique se g é contínua e/ou diferenciável em 2. Justifique.

9. Seja $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{se } x \leqslant 0 \\ 1, & \text{se } x > 0 \end{cases}$. A função f é diferenciável em 0? Justifique. É contínua em 0? Justifique.

10. Seja $f(x) = \begin{cases} -x+3, & \text{se } x < 3 \\ x-3, & \text{se } x \geqslant 3 \end{cases}$. A função f é diferenciável em 3? Justifique. É contínua em 3? Justifique.

11. Seja $f(x) = x^2 \sin x + \cos x$. Calcule $f'(x)$, $f'(0)$, $f'(3a)$ e $f'(x)^2$.

12. Determine os valores de A, B e C de modo que as curvas $y = x^2 + Ax + B$ e $y = Cx - x^2$ sejam tangentes uma à outra no ponto $(1, 0)$.

13. Encontre a equação da reta tangente e da reta normal à curva $y = x^3 - 2x^2 + 4$ no ponto $(2, 4)$.

14. Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tal que $f(x+h) = f(x)f(h)$, para quaisquer $x, h \in \mathbb{R}$ com $f(0) \neq 0$.

    (a) Calcule $f'(0)$, se existir.

    (b) Mostre que se existir $f'(0)$, então f é diferenciável em $\mathbb{R}$ e $f'(x) = f'(0)f(x)$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

15. Em cada um dos ítens abaixo, faça o esboço de um gráfico de uma função f que satisfaça as condições dadas. [*Sugestão: você não precisa fornecer uma expressão para a função. Basta o esboço de um gráfico. Recorde que se f é diferenciável em x_0, então $f'(x_0)$ é a inclinação da reta tangente ao gráfico de f no ponto $(x_0, f(x_0))$*].

    (a) f definida e diferenciável em $\mathbb{R}$, com $f'(1) = 0$.

    (b) f definida e diferenciável em $\mathbb{R}$, com $f'(x) > 0$, para todo $x \in \mathbb{R}$.

    (c) f definida e contínua em $\mathbb{R}$, tal que $f'(1)$ não exista.

    (d) f definida e diferenciável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(x) > 0$ para $x < 1$ e $f'(x) < 0$ para $x > 1$.

    (e) f definida e diferenciável em $\mathbb{R}$, tal que $f'(0) < f'(1)$.