089109 - Cálculo 1 - Turma A

Oitava lista de exercícios

Profa. Grazielle Feliciani Barbosa 14 de outubro de 2019

---

1. Calcule os limites:

   (a) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^{100}-x^2+x-1}{x^{10}-1}$ (b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{2x}}{x^3}$

   (c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x-\operatorname{tg} x}{x^3}$ (d) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln x}{e^{3x}}$

   (e) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 e^{-4x}$ (f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sec^3 x}{1-\cos x}$

   (g) $\lim\limits_{x\to 0^+} [\cos 3x]^{\frac{1}{\operatorname{sen} x}}$ (h) $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^4-2x^3+2x-1}{x^2-2x+1}$

   (i) $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{x^2+\operatorname{tg}^3 x}{\operatorname{sen}^3 x}$ (j) $\lim\limits_{x\to\infty} (\sqrt{x+2}-\sqrt{x})$

   (k) $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{1-x}-\dfrac{3}{1-x^3}\right)$ (l) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{2x^2+3}}{4x+2}$

   (m) $\lim\limits_{x\to\infty} \left(1-\dfrac{2}{x}\right)^x$ (n) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(1+\dfrac{7}{x}\right)^x$.

2. Verifique que:

   (a) $\dfrac{d}{dx}\left[x\arctan x-\dfrac{1}{2}\ln(1+x^2)\right]=\arctan x$

   (b) $\dfrac{d}{dx}\left[\dfrac{\sqrt{27x^2+6x-1}}{x}-3\operatorname{arcsen}\left(\dfrac{1-3x}{6x}\right)\right]=\dfrac{1}{x^2\sqrt{27x^2+6x-1}}$.

3. Determine os intervalos de crescimento e de decrescimento, calcule todos os limites necessários e esboce o gráfico de f, como aprendido em sala de aula.

   (a) $f(x)=x+\dfrac{2}{x^2}$

   (b) $f(x)=\dfrac{2x^2+4x}{2+x^2}$

   (c) $f(x)=x^2e^x$

   (d) $f(x)=\dfrac{x}{\ln x}$

   (e) $f(x)=x^x, x>0$.

4. Para cada uma das funções abaixo

   (1) determine os intervalos de crescimento e decrescimento;

   (2) estude a concavidade e pontos de inflexão;

   (3) esboce o gráfico, utilizando as técnicas do Cálculo Diferencial.

   (a) $f(x)=x^4-2x^3+2x$

   (b) $f(x)=xe^{-2x}$

   (c) $f(x)=e^{-x}-e^{-2x}$

   (d) $f(x)=\sqrt[3]{x^2-x^3}$

(e) $f(x) = \dfrac{x^3}{1+x^2}$

(f) $f(x) = x \ln x$

5. Prove que a equação $x^3 - 3x^2 + 6 = 0$ admite uma única raiz real. Determine um intervalo de amplitude 1 que contenha tal raiz.

6. Seja $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $a \neq 0$. Prove que f admite um único ponto de inflexão.

7. (a) Determine o número real positivo cuja soma com o inverso do seu quadrado seja mínima.

   (b) Achar dois números positivos cuja soma é 16 e cujo produto é o máximo possível.

8. Determine a altura do cone circular reto, de volume máximo, inscrito na esfera de raio R dado.

9. Um jardim retangular de $50m^2$ de área deve ser protegido contra animais. Se um lado do jardim já está protegido por uma parede de celeiro, quais as dimensões da cerca de menor comprimento?

10. Deseja-se construir uma caixa, de forma cilíndrica, de $1m^3$ de volume. Nas laterais e no fundo será utilizado material que custa R$\,5,00 o m^2 e na tampa será utilizado material que custa R$\,10,00 o m^2. Determine as dimensões da caixa que minimizem o custo do material empregado.

11. Encontre o ponto P da curva $y = \dfrac{3}{x}, x > 0$, que está mais próximo da origem.

12. Um sólido será construído acoplando-se a um cilindro circular reto, de altura h e raio r, uma semi-esfera de raio r. Deseja-se que a área da superfície do sólido seja 5π. Determine r e h para que o volume do sólido seja máximo.

13. Ao preço de R$\,1,50 um vendedor ambulante pode vender 500 unidades de uma certa mercadoria que custa R$\,0,70 cada. Para cada centavo que o vendedor abaixa no preço, a quantidade vendida pode aumentar de 25. Que preço de venda maximizará o lucro?

14. Um vitral tem o formato de um retângulo encimado por um semicírculo. O vidro utilizado na parte semi-circular é menos translúcido, de sorte que a quantidade de luz que passa por unidade de área é 2/3 do permitido pelo vidro da parte retangular. Sendo o perímetro do vitral fixado em $6m$, calcule as medidas do vitral que permita maior passagem de luz.

15. Encontrar um ponto do gráfico de $f(x) = (1+x^2)^{-1}$, de modo que a reta tangente ao gráfico de f , nesse ponto, tenha coeficiente angular máximo.

16. Deve-se construir uma caixa, sem tampa, de base retangular a partir de um pedaço de cartolina de $32cm$ por $42cm$, retirando-se 4 quadrados, de mesmas dimensões, de cada um dos vértices e dobrando-se os lados. Determine as dimensões dos quadrados extraídos, que produzem a caixa de volume máximo.