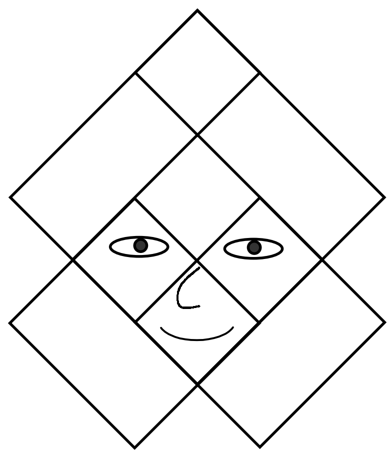
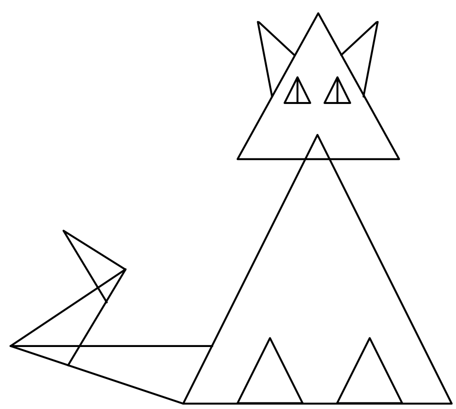
TEIA DO SABER 2005
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA – UFSCAR

GEOMETRIA, ARITMÉTICA & BOBAGENS

João Carlos V. Sampaio – DM-UFSCar

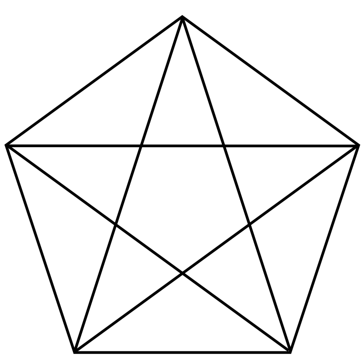
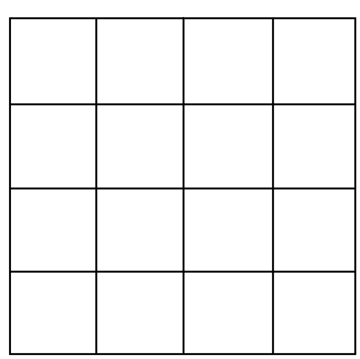
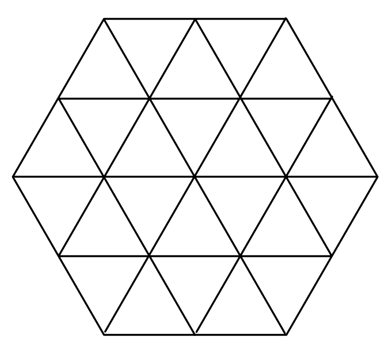
Você sabe contar?

Quantos quadrados há na figura estilizada do rapaz com turbante? Quantos triângulos há na figura do gato?

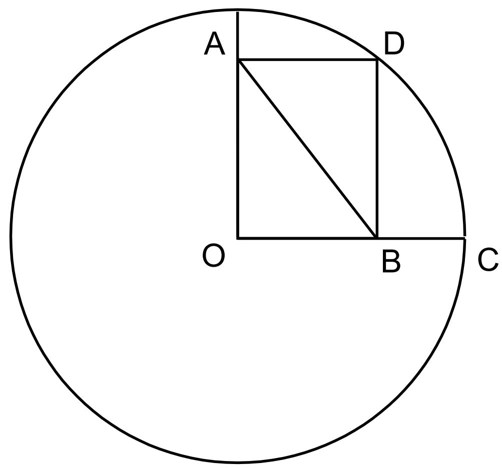
Você é esperto na contagem?

Quantos triângulos existem na figura à esquerda? Quantos quadrados existem na figura central? Quantos triângulos existem na figura à direita?

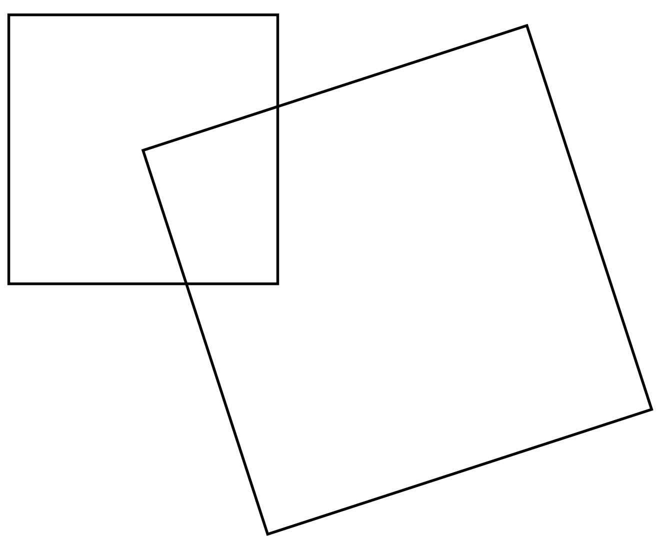
Você é esperto para medir?

Se OB = 6 cm, e BC = 4 cm, sendo O o centro do círculo e ADBO um retângulo, quanto mede AB?



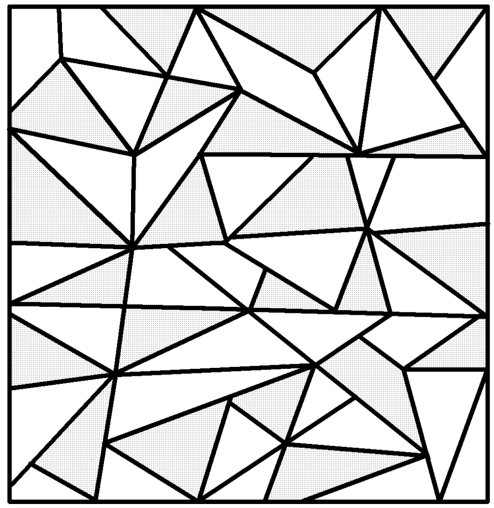
Seja criativo

Na figura, o quadrado menor tem lado de comprimento 1 metro. O quadrado maior tem um vértice no centro do quadrado menor e corta o lado do menor em um terço do comprimento deste. Quanto mede a área da região comum aos dois quadrados?



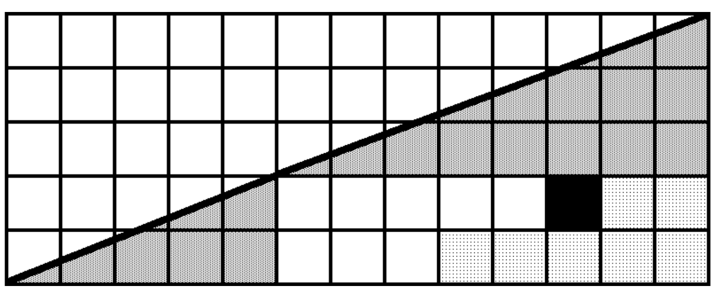
Divirta-se um pouco com a estrela camaleoa

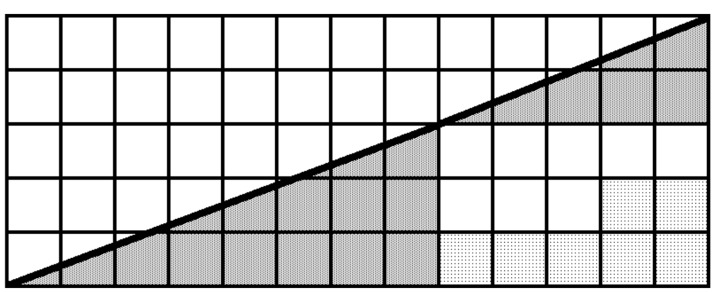
Você pode encontrar uma estrela de cinco pontas, perfeita, escondida nesta figura?



Um estranho "paradoxo" envolvendo áreas

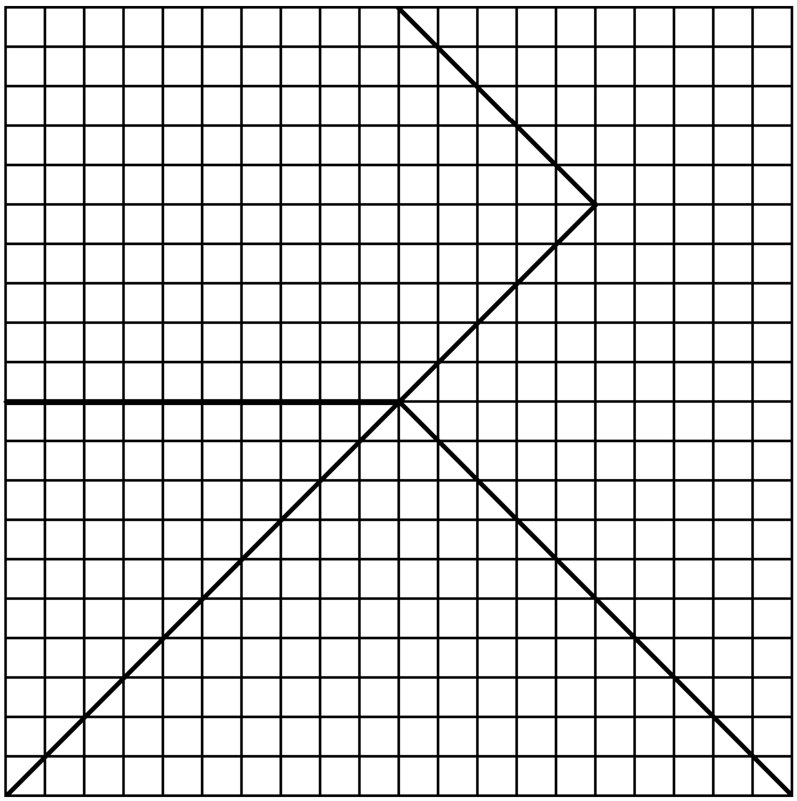
Rearranjando-se as peças situadas abaixo da diagonal do retângulo, conforme indicam as duas figuras abaixo, o quadrado preto desaparece. Assim, desaparece uma unidade de área sob a diagonal do retângulo? Como se explica isto?

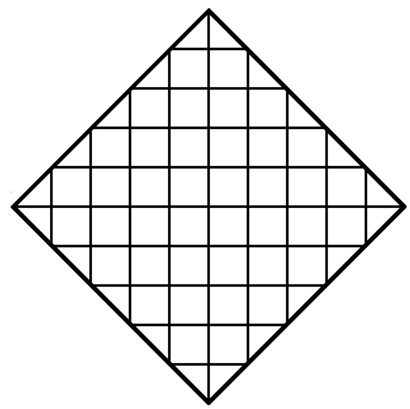




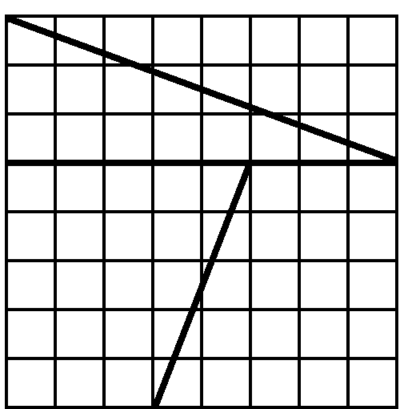
O quebra-cabeça do quadrado pitagórico

Recorte as 5 peças definidas pelas linhas mais grossas. Em seguida, torne a montar um quadrado, agora usando todas as 5 peças recortadas. O que este quebra-cabeça tem de "pitagórico"?

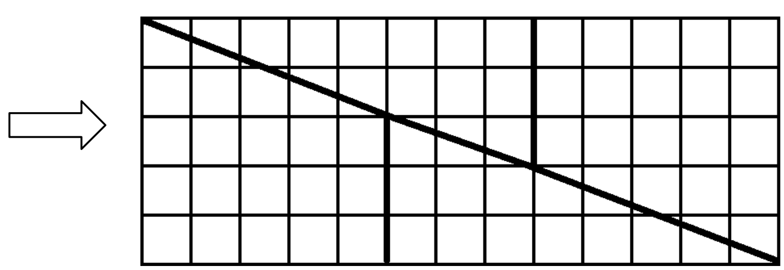




64 = 65?



8 × 8 = 64



5 × 13 = 65

Só uma vez em cada fileira

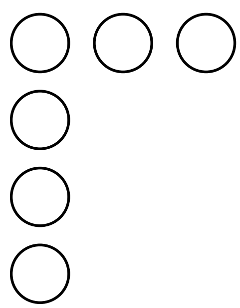
Como preencher o resto do quadrado com os números de 1 a 5, de modo que cada número só apareça uma única vez

- em cada linha,
- em cada coluna, e
- em cada diagonal?

1	2	3	4	5

Probleminhas & Pegadinhas

1. Seis moedas estão dispostas como na figura abaixo. Como podemos, mudando a posição de uma moeda apenas, fazer duas fileiras retas de moedas, cada uma contendo 4 moedas?

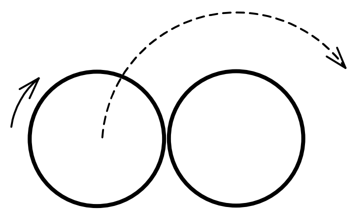


2. Porque as tampas de inspeção dos esgotos são redondas e não quadradas?

3. Quando o rapaz pagou sua conta à moça do caixa da lanchonete, ela percebeu que, no verso do cheque, ele havia desenhado um triângulo e, sob o triângulo havia escrito "13 × 2 = 26".

   A moça do caixa sorriu e disse:
   – “Ah, você é marinheiro?!”
   E ele respondeu:
   – “Há dois anos!”
   Como ela soube que o rapaz era marinheiro?

4. Duas moedas de mesmo tamanho, são dispostas lado a lado, tocando-se num ponto, como indicado na figura. A moeda da direita está fixa no lugar. A moeda à esquerda realiza uma volta sobre o contorno da moeda à direita, sem escorregar. Quando a moeda móvel retornar ao seu ponto de partida, quantas voltas terá dado em torno de seu centro?



5. Um triângulo tem lados medindo 17 cm, 35 cm e 52 cm. Qual é sua área?

6. Como podemos cortar um queijo prato em oito pedaços, com apenas 3 cortes de faca?

7. Joaninha vive no 12º andar de um edifício com elevador. Quando ela toma o elevador no andar térreo e fica sozinha no elevador, ela aperta o botão para o 6º andar, sai do elevador no 6º andar e sobe as escadas do prédio até o 12º andar. Ela gostaria muito de não ter que subir as escadas do 6º andar até o 12º. Qual é a razão desse procedimento de Joaninha?

8. Numa sala há uma cesta com 4 maçãs. Entram 4 pessoas na sala sem nada nas mãos. Cada uma deixa a sala levando consigo uma maçã. Ao final porém, ainda resta uma maçã dentro da cesta. Como se explica isto?

9. Ao pesquisar preços na loja de materiais de construção, Pedrinho descobriu, a respeito de um certo produto, que 1 lhe custaria 12 reais, 12 lhe sairia por 24 reais, enquanto que 121 lhe custaria 36 reais. O que Pedrinho pretendia comprar?

10. No centro de São Carlos há um barbeiro que, ao final do dia, prefere cortar o cabelo de dois mecânicos sujos e cansados, do que o cabelo de um elegante gerente de vendas. Qual a razão desta preferência?

11. Há muitos anos, numa noite de calor em São Carlos, no mês de janeiro, chovia torrencialmente à meia-noite. Conhecendo-se o clima de São Carlos, famoso por suas chuvas prolongadas, é possível que 72 horas depois, a chuva já tivesse passado e estivesse um lindo dia de sol?

12. Um homem vai à uma fonte de água mineral com duas vasilhas, uma com capacidade de 3 litros e outra com capacidade de 5 litros. Como pode ele voltar trazendo 4 litros de água?

13. Três garrafas tem capacidades de 8, 5 e 3 litros. A de 8 litros está cheia de vinho e as outras duas estão vazias. Utilizando apenas os três vasilhames, como podemos separar duas porções de vinho de 4 litros cada?

14. Paulinho diz que seu avô é seis anos mais velho que seu pai. Isto é possível?

15. Um queijo pesa 1 quilo e meio, mais o peso de meio queijo. Quantos quilos pesa o queijo?

16. Ao sair da igreja, um padre vê José Antônio passando pela praça com dois cestos de verduras. Este incidente o faz lembrar-se de um objeto importante que carrega sempre consigo mas que acabara esquecendo na igreja. O quê?

17. Cada um dos dois lados iguais de um triângulo isósceles tem 1 unidade de comprimento e sua área é a maior possível nestas condições. Quanto mede o terceiro lado?

18. Um triângulo equilátero e um hexágono regular tem o mesmo perímetro. Se a área o triângulo é de 8 cm^2, qual será a área o hexágono?

19. Dez meias vermelhas e dez meias azuis estão misturadas em uma gaveta. As vinte meias tem a mesma forma e são feitas do mesmo material. O quarto está escuro e você quer pegar duas meias da mesma cor. Qual é o menor número de meias que você tem que pegar da gaveta para ter certeza de que você pegou um par de meias da mesma cor?

20. Tagarelistóteles, um orador grego, nasceu no dia 2 de setembro, do ano 30 a.C. e morreu em 2 de setembro do ano 30 d.C. Com que idade faleceu?

21. No dia 1 de setembro é plantada, no lago da UFSCar, uma planta aquática que cresce de maneira a cobrir a superfície. Em cada dia subseqüente, a área ocupada pela planta torna-se o dobro da área ocupada no dia anterior. A planta leva todo o mês para preencher o lago. Em que dia ela ocupava metade da superfície do lago? Se no dia 1 de setembro plantarmos quatro unidades da mesma planta, em vez de apenas uma, em que dia o lago ficará totalmente coberto?

22. Após o meio-dia, e antes da meia-noite, quantas vezes o ponteiro dos minutos, de um relógio, posiciona-se por cima do ponteiro das horas?

23. Caetano apagou a luz de seu quarto e foi capaz de chegar à cama antes que o quarto ficasse às escuras. Sua cama fica a 3 metros do interruptor da luz. Como ele conseguiu fazer isto?

24. Com quantos zeros termina o número

$$2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10\ ?$$

E o número $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times ... \times 99 \times 100$?

25. Qual é o algarismo das unidades do número 3^6 ? E do número 3^{4798} ?

Detectando dinheiro corrompido...

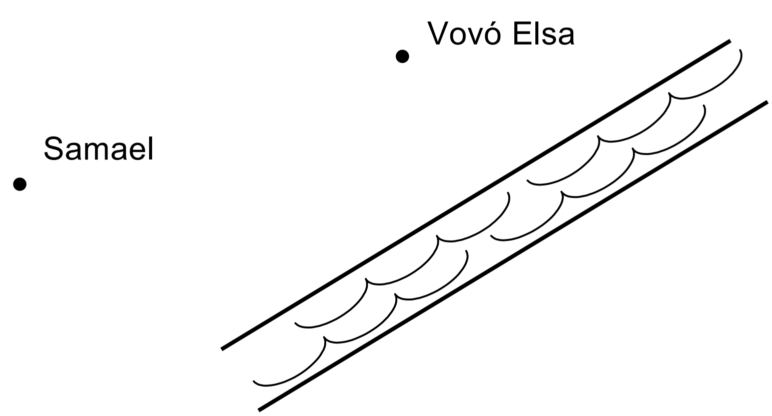
1. Temos nove moedas de 10 centavos, iguais na aparência e no peso, exceto por uma que, sendo falsa, pesa menos que as outras oito. Como podemos descobrir a moeda falsa utilizando uma balança de precisão, de dois pratos, realizando duas pesagens apenas?

2. E se, em lugar de 9 moedas de 10 centavos, tivermos 27, apenas uma falsa, e pudermos fazer três pesagens?

3. Temos 10 sacos de moedas, numerados de 1 a 10, cada um contendo vinte moedas de 10 centavos. Em um dos sacos, cada moeda pesa 9g, e nos demais sacos cada moeda pesa 10g. Todas as moedas tem a mesma aparência. É oferecido um prêmio à pessoa que, usando uma balança, com um único prato de pesagem, e realizando uma única pesagem, descobrir o saco das moedas mais leves. Como podemos ganhar o prêmio?

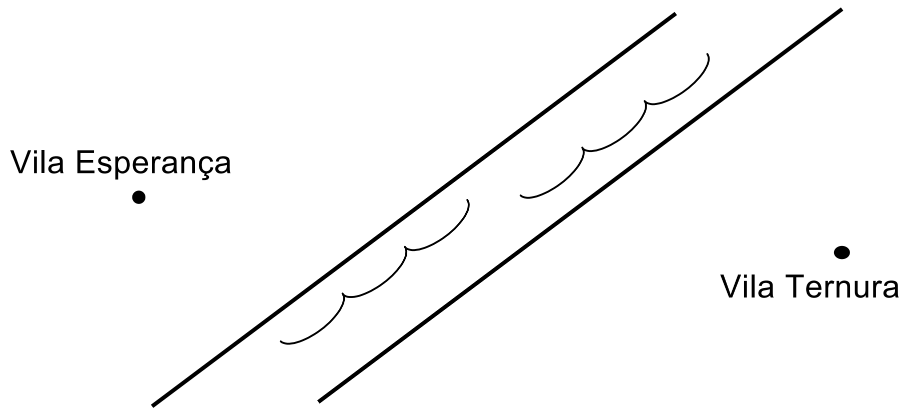
Nem sempre o caminho mais curto é tão óbvio...

1. Samael pretende sair de sua casa, coletar água nas margens de um riacho e então levá-la para a casa de sua avó Elsa. Ele gostaria de fazer o percurso pelo menor caminho que o leva de sua casa até o riacho e então à casa de sua avó. Supondo que a margem do riacho é reta, que rota ele deverá tomar?

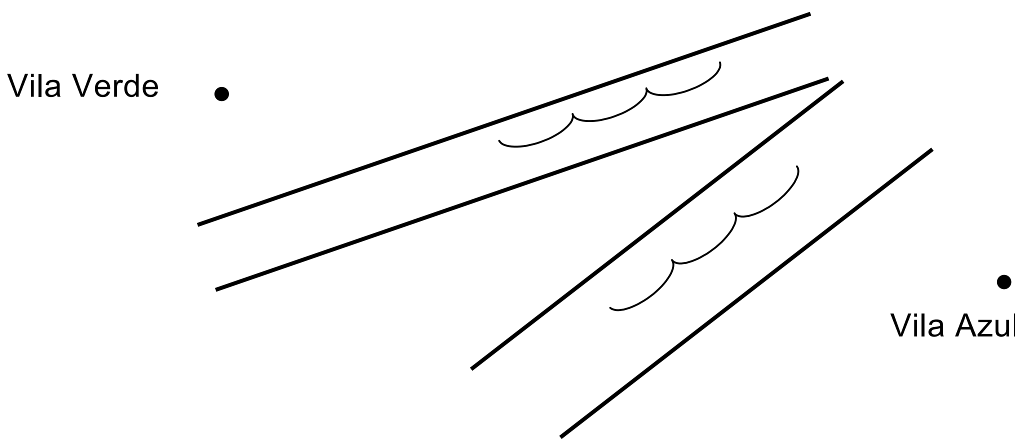


2. Uma estrada é projetada de modo a ligar duas vilas situadas em lados opostos de um rio de margens retas e paralelas. A estrada deverá cruzar o

rio através de uma ponte perpendicular às margens do rio. Onde construir a ponte de modo que o percurso total seja o menor possível?



3. Como podemos encontrar o menor caminho entre duas vilas separadas por dois rios, sobre os quais passam duas pontes perpendiculares às margens, como na figura?



João, os 60 melões e o mistério do real desaparecido

No domingo, os dois amigos Pedro e Antônio iriam à feira vender dois lotes de melões, de 30 melões cada. Tiveram porém de se ausentar, deixando a tarefa ao amigo João.

Pedro pediu a João que vendesse seus 30 melões ao preço de 3 melões por 1 real. Antônio deixou a João a incumbência de vender seus 30 melões ao preço de 2 melões por 1 real.

Certo de que venderia todos os melões, João calculou que deveria pagar a Pedro 10 reais e a Antônio 15 reais.

Para não ter que cuidar de duas barracas, correndo ora para uma, ora para outra, João resolveu vender todos os melões simultaneamente, ao preço de 5 melões por 2 reais. Pensou: junto 3 melões de Pedro a 1 real e mais 2 melões de Antônio a 1 real, e tenho 5 melões ao preço de 2 reais.

Ao final do dia, João constatou que, tendo vendido os 60 melões, tinha arrecadado 24 reais (pois 60÷5 = 24), e não 25 conforme esperava.

Como se explica isto?

Os 35 cavalos e o mistério do cavalo a mais

Um pai deixou para seus 3 filhos uma herança de 35 cavalos. Segundo seu testamento, o mais velho deveria receber metade dos cavalos, o filho do meio deveria receber 1/3, enquanto que ao mais novo caberia 1/9 do total.

Como 35 não é divisível nem por 2, nem por 3 e nem por 9, o problema apresentava-se sem solução.

Um matemático que passava pelo local onde os três discutiam, tomando ciência da natureza do problema, ofereceu-se para resolvê-lo. Para isso, chamou um amigo e pediu-lhe emprestado seu cavalo. Juntou o cavalo do amigo aos 35 da herança, perfazendo um total de 36 cavalos a serem repartidos. O matemático assegurou ao amigo que ele teria seu cavalo de volta tão logo o problema da partilha fosse resolvido.

O matemático voltou-se para o filho herdeiro mais velho e disse "Tome 18 cavalos, que é metade de 36, sendo mais do que você tinha para receber." Ao do meio disse "Tome 12 cavalos, que é 1/3 de 36 e mais do que você tinha a receber." Finalmente, ao caçula disse "Tome seus 4 cavalos, 1/9 de 36 e mais do que você tinha por direito."

Os três irmãos agradeceram e então o matemático argumentou:

– Como 18 + 12 + 4 = 34, após a partilha restam ainda 2 cavalos, os quais já não lhes pertencem. Um deles pertence ao meu amigo. O outro, doravante será meu, como pagamento do serviço prestado na solução, bastante satisfatória, do impasse entre vocês três.

Piadinhas...

A combinação das descobertas de Einstein e Pitágoras:

$$e = mc^2 = m(a^2 + b^2).$$

Jesus e seus discípulos faziam um dia uma caminhada, quando Jesus disse:

"Ípsilon é 3 xis ao quadrado, mais 8 xis, menos 9".

Os discípulos se entreolharam intrigados e finalmente perguntaram a Pedro:

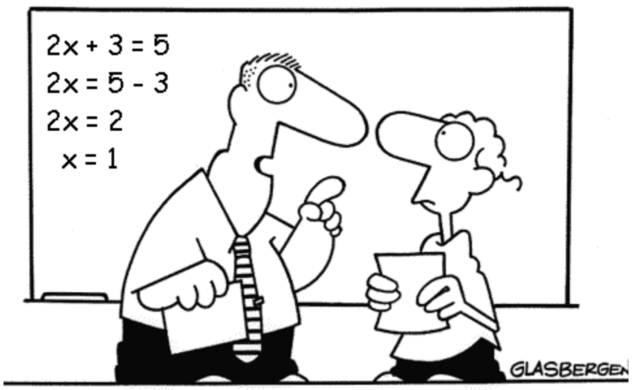
"Pedro, o que terá o mestre nos dito de maneira tão estranha?"

Pedro então lhes respondeu: "Não se preocupem. É simplesmente mais uma de suas parábolas".

Existem 10 tipos de pessoas no mundo: as que conhecem o sistema binário de numeração e as que não o conhecem.

Os professores de Matemática andam tão tensos ultimamente, que não conseguem dormir nem mesmo durante as palestras da Teia do Saber da UFSCar.

O mundo divide-se em dois conjuntos de pessoas: o conjunto daquelas que acreditam nesse fato e o conjunto daquelas que não acreditam.



"Álgebra será muito importante para você no futuro, pois haverá uma prova daqui a duas semanas."

ARITMÉTICA NO DIA-A-DIA

- Queremos uma pizza, metade cebolas, dois terços azeitonas, nove cinquenta avos cogumelos, cinco oitavos calabreza, um oitavo anchovas, com palmito em cinco nonos da metade acebolada.

RESPOSTAS DE “GEOMETRIA, ARITMÉTICA & BOBAGENS”

Você sabe contar?

11 quadrados e 20 triângulos.

Você é esperto na contagem?

Na figura à esquerda, contam-se 35 triângulos. Uma estratégia que pode ser adotada para a contagem é a seguinte. As linhas retas dividem a figura em 11 “casas”. Contamos os triângulos pelo número de casas que ocupam: triângulos com 1 casa: 10; com 2 casas: 10; com 3 casas: 10; com 4 casas: 5. Total de triângulos: 35

Na figura à direita contam-se os quadrados pelo número de "ladrilhos" quadrados que os formam: quadrados de 1 ladrilho: 16; de 4 ladrilhos: 9; 9 ladrilhos: 4; 16 ladrilhos: 1. Total: 30.

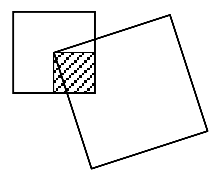
Na figura da direita, contam-se 38 triângulos. Podemos contar os triângulos pelo número de casas triangulares básicas que ocupam: triângulos que ocupam 1 casa: 24; que ocupam 4 casas: 12; que ocupam 9 casas: 2.

Você é esperto para medir?

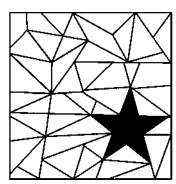
AB e OD são diagonais do retângulo, de mesmo comprimento. OD é o raio do círculo, de 10 cm. Portanto, AB mede 10 cm.

Seja criativo

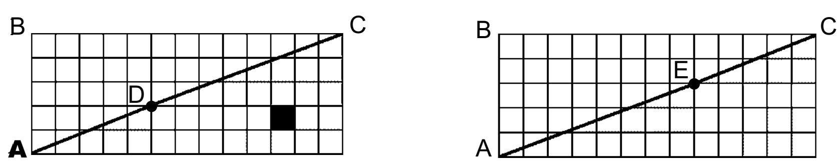
A área da região comum aos dois quadrados é igual à área do quadrado construído ao canto do quadrado menor, a partir de seu centro, como na figura ao lado, medindo portanto 1/4 de cm^2.



A estrela camaleoa

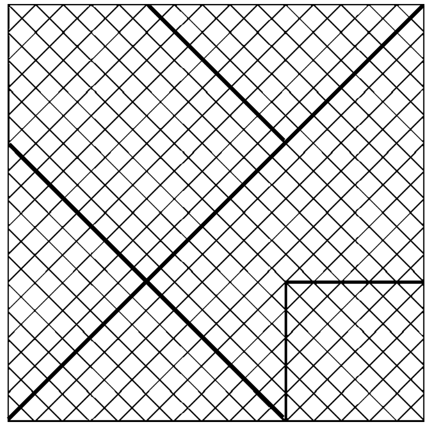


O "paradoxo das áreas"

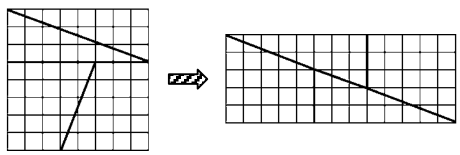


A área branca demarcada pelos cantos A, B e C não é um triângulo, como pode parecer. A linha ADC não é uma linha diagonal do retângulo. Ela é ligeiramente levantada em D (para acomodar o quadradinho preto), e ligeiramente rebaixada em E (ABCD e ABCE são quadriláteros). Se a linha ADC fosse diagonal do retângulo, os triângulos retângulos menores, demarcados em cor cinza, seriam semelhantes, o que não ocorre: as razões entre a base e a altura dos triângulos menor e maior são, respectivamente, 2 ÷ 5 = 0,4, e 3 ÷ 8 = 0,375.

O quebra-cabeça do quadrado pitagórico



64 = 65?



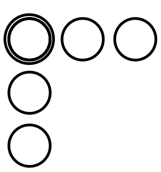
As peças da esquerda formam um quadrado. Recortadas e montadas como à direita, não formam um retângulo. Tente fazer a experiência por recorte e montagem. Recortando-se as peças do quadrado e montando-se o retângulo à direita, forma-se um buraco, longo e delgado, entre as duas peças de cima e as duas de baixo, o que causa o ligeiro aumento de área. O que parece ser uma diagonal do retângulo na figura à direita, não o é, pelas mesmas razões apresentadas no "desaparecimento geométrico" visto anteriormente.

Só uma vez em cada fileira

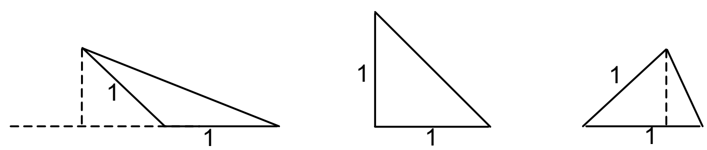
1	**2**	**3**	**4**	**5**
4	5	1	2	3
2	3	4	5	1
5	1	2	3	4
3	4	5	1	2

1	**2**	**3**	**4**	**5**
3	4	5	1	2
5	1	2	3	4
2	3	4	5	1
4	5	1	2	3

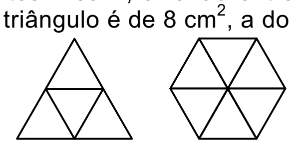
Probleminhas & Pegadinhas

1. 
2. Alguém poderia responder: porque os encaixes das tampas são circulares. Mas uma razão inteligente é a de que se as tampas fossem quadradas, em vez de circulares, elas poderiam cair dentro dos esgotos, pois o lado do quadrado é menor que a diagonal.
3. Ele estava vestido com uniforme da marinha.
4. Duas voltas.
5. Como 17 cm + 35 cm = 52 cm, o triângulo só pode ter área zero.
6. Faça um corte horizontal ao longo do queijo, cortando-o em dois pedaços, e depois dois cortes verticais mutuamente perpendiculares.
7. Joaninha é uma menininha, que não alcança os botões com números dos andares mais altos.
8. Uma pessoa deixa a sala levando a cesta com uma maçã dentro dela.

9. Pedrinho estava comprando números avulsos para demarcar o número de sua casa.
10. Cortando o cabelo de dois clientes, em lugar de apenas um, o barbeiro ganha mais.
11. Não é possível. 72 horas depois ainda seria noite.
12. Ele enche a garrafa de 5 litros. Com estes 5 litros, enche a garrafa de 3 litros, ficando com 2 litros na 1^a garrafa. Joga fora a água da garrafa de 3 litros. Despeja os dois litros da 1^a garrafa na garrafa de 3 litros. Torna a encher a garrafa de 5 litros. Completa o litro que falta na garrafa de 3 litros e fica com 4 litros na 1^a garrafa.
13. Na busca da solução do problema, as quantidades de vinho, nas garrafas de 8, 5 e 3 litros, podem ser, respectiva e consecutivamente (um número de litros sublinhado indica que a garrafa correspondente está cheia): $\underline{8}$–0–0, 3–$\underline{5}$–0, 3–2–$\underline{3}$, 6–2–0, 6–0–2, 1–$\underline{5}$–2, 1–4–$\underline{3}$ e 4–4–0.
14. Paulinho tem 10 anos. Seu pai tem 40 anos e seu avô materno tem 46. Sua mãe tem 26 anos e casou-se com o pai de Paulinho há 10 anos, aos 16 anos. Naquela época, o avô materno de Paulinho tinha 36 anos e o pai de Paulinho tinha 30 anos.
15. O queijo pesa 3 quilos, pois "1 quilo e meio" é a outra metade de seu peso.
16. O padre lembrou-se de que "dois sextos" é "um terço".
17. Posicionando-se um lados de 1 unidade como base, e fazendo o outro formar diferentes ângulos em relação ao primeiro, vemos que o triângulo atinge o máximo quando a altura é máxima, o que acontece quando o triângulo é retângulo. O terceiro lado mede então $\sqrt{2}$.



18. O triângulo equilátero e o hexágono regular podem ser subdivididos em 4 e 6 triângulos equiláteros, respectivamente, todos congruentes. Assim, a razão entre as áreas do triângulo e do hexágono é de 4 para 6. Assim, se a área do triângulo é de 8 cm^2, a do hexágono é de 12 cm^2.



19. É suficiente pegar três meias. Como há meias de duas cores somente, com certeza duas terão a mesma cor.
20. 59 anos. Não existiu o ano 0. O primeiro ano da era Cristã foi o ano 1 d.C.
21. Dia 29. Com quatro plantas, o lago ficará encoberto no dia 28.
22. 10 vezes. A primeira vez ocorre pouco depois de 1h5min. A segunda vez pouco depois de 2h10min. A décima vez pouco depois de 10h50min. A décima primeira vez, depois das 11h55min, ocorre à meia-noite.
23. A luz foi desligada durante o dia.
24. Com dois zeros e 24 zeros, respectivamente. Colete os múltiplos de 10 que são fatores de $2 \times 3 \times 4 \times 5 \times \ldots \times 99 \times 100$. Eles são 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e 100, contribuindo com 11 zeros. Os demais zeros provem de números pares multiplicados por fatores iguais a 5, provenientes dos números 5, 15, $25 = 5 \times 5$, 35, 45, 55, 65, $75 = 3 \times 5 \times 5$, 85 e 95, num total de mais 13 zeros.
25. Repare que as primeiras potências de 3 são

$$3^1 = \mathbf{3} \qquad 3^2 = \mathbf{9} \qquad 3^3 = 2\mathbf{7} \qquad 3^4 = 8\mathbf{1}$$
$$3^5 = 24\mathbf{3} \qquad 3^6 = 72\mathbf{9} \qquad 3^7 = 218\mathbf{7} \qquad 3^8 = 656\mathbf{1}$$

e assim por diante. Assim, 3^6 termina em 9, como se pode ver. Note que as potências de 3 tem algarismos das unidades **3**, **9**, **7** e **1**, repetindo-se ciclicamente. Como $3^{12} = 3^4 \times 3^8$, também 3^{12} termina em 1. Analogamente toda potência de 3, cujo expoente é múltiplo de 4, termina em 1. Agora $3^{4798} = 3^{4788+1} = 3^{4788} \times 3$, e portanto termina em 3, pois 3^{4788} termina em 1.

Detectando dinheiro corrompido...

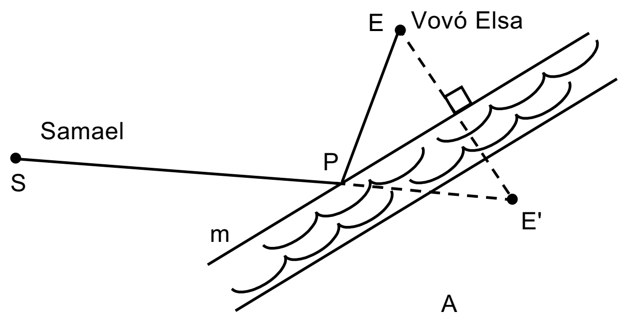
1. Colocamos 3 das moedas em um prato e 3 no outro. Se os pratos se equilibrarem, indicando mesmo peso em ambos, a moeda falsa é uma das 3 restantes. Se um dos pratos levantar-se, e o outro abaixar-se, neste último está a moeda falsa. Até aí fizemos uma pesagem. Para decidir, dentre três moedas, qual é falsa (mais leve), comparamos o peso de duas delas, colocando cada uma em um prato da balança. Havendo equilíbrio, a falsa é a moeda que ficou de fora da pesagem. Não havendo equilíbrio, a falsa será a mais leve.

2. Neste caso, trabalhamos com as moedas em grupos de nove. Colocamos primeiramente, nove delas em um prato e novo no outro. Comparamos o peso e deduzimos em qual dos três grupos está a moeda mais leve. Neste grupo de nove moedas, procedemos a duas pesagens como na solução do problema anterior.

3. Coletamos uma moeda do saco número 1, duas moedas do saco número 2, três moedas do saco número 3, quatro moedas do saco número 4, e assim por diante, num total de $1 + 2 + 3 + \cdots + 10 = 55$ moedas. Fossem todas de 10g, teríamos um peso de 550 gramas. Se as moedas mais leves estão no saco número 1, teremos em nossa pesagem uma moeda mais leve, totalizando 549g. Se estão no saco número 2, teremos duas moedas mais leves, totalizando 548g. Se estão no saco número 3, o peso total será 547g, e assim por diante.

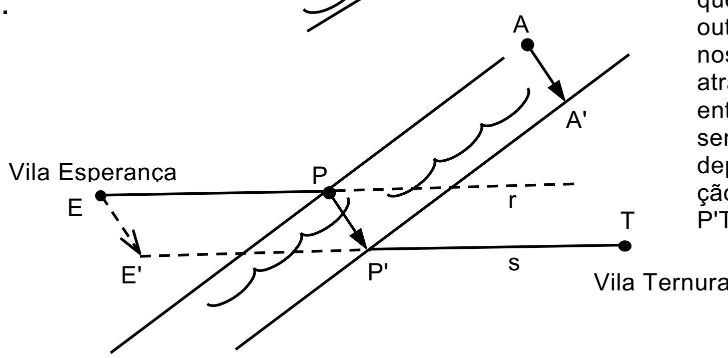
Nem sempre o caminho mais curto é tão óbvio...

1.



Tomamos o ponto E', simétrico de E em relação à reta m (margem do riacho). Traçamos a reta SE' e determinamos P. A solução do problema será o percurso SP-PE.

2.



Consideramos o segmento orientado AA', que nos dá o percurso de uma margem à outra, perpendicular a ambas. Inicialmente nos deslocamos como se já estivéssemos atravessando o rio, por um segmento orientado EE', paralelo a AA' e de mesmo sentido. Traçamos E'T, determinando P' e depois P (r e s são retas paralelas). A solução do problema será o percurso EP-PP'-P'T.

João, os 60 melões e o mistério do real desaparecido

P	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •	• • •					
A	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •	• •

No diagrama acima, em P estão representados os 30 melões de Pedro, e em A os 30 de Antônio. Como o diagrama nos mostra, só há 10 lotes de 5 melões cada, com 3 de Pedro e 2 de Antônio. Ao vender o 10º lote de melões, João deveria prosseguir vendendo apenas lotes de 2 melões, a 1 real cada, para Antônio, pois já vendera os 30 melões de Pedro.

Os 35 cavalos e o mistério do cavalo a mais

Ocorre que $1/2 + 1/3 + 1/9 = 17/18$, e não 18/18, que seria a fração total dos cavalos. Assim, a partilha pretendida deixa de fora 1/18 dos cavalos. O matemático apercebeu-se disto e ainda notou que 1/18 de 36 (= 35 + 1) seriam 2 cavalos.