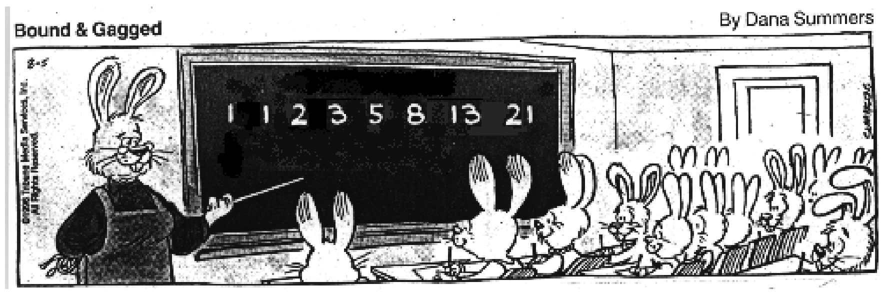
4ª. ATIVIDADE – O ENSINO DA MATEMÁTICA ATRAVÉS DA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Prof. Pedro Malagutti

2º. semestre de 2002

Os números de Fibonacci



Os coelhos de Fibonacci

Fibonacci foi um matemático que por volta do ano 1200 de nossa era resolveu estudar o quão rápido os coelhos poderiam procriar, em situações ideais. Ele supôs que um casal de coelhos recém-nascidos foi colocado para acasalar. Os coelhos podem se acasalar com um mês de idade e, no final do segundo mês, eles podem produzir um novo par de coelhos. Fibonacci supôs também que os coelhos nunca morriam e que uma fêmea fértil sempre produzia um novo casal (um macho e uma fêmea) todo mês, mas só a partir do segundo mês após seu nascimento. Responda então: ao final de um ano, quantos pares de coelhos surgirão?

a) No final do primeiro mês eles se acasalam, só existindo um único par.
b) No final do segundo mês nasce um novo par, totalizando dois pares.
c) No final do terceiro mês a fêmea inicial dá a luz a mais um par, perfazendo três pares no total.
d) No final do quarto mês a fêmea inicial produzirá um novo par e a fêmea nascida no segundo mês produzirá um outro novo par, totalizando 5 pares.

Obtemos assim a seqüência (a_n): 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, ...

A seqüência de Fibonacci tem conexões com a proporção áurea, podendo ser encontrada no estudo reprodutivo das abelhas, no comportamento da luz e dos átomos, como também no crescimento de plantas e no estudo de galáxias, dentre muitas outras aplicações.

Questão 1: Continue a seqüência e obtenha o número total de coelhos depois de 24 meses.

Questão 2: Como a seqüência de Fibonacci (a_n) é formada? Justifique.

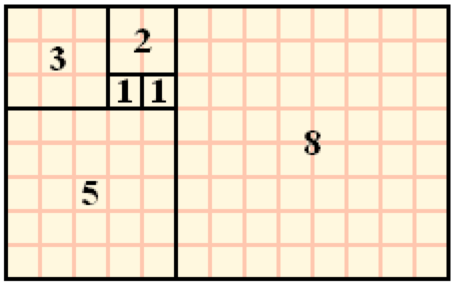
Questão 3: Prove, por indução, que

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)^n - \frac{1}{\sqrt{5}}\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)^n$$

é o termo geral da seqüência de Fibonacci que você encontrou na questão anterior.

PASSATEMPO COM LADRILHOS QUADRADOS E RETANGULARES

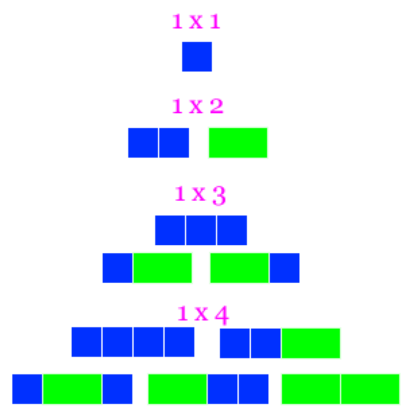
Questão 4:
Observe os quadrados abaixo. Você poderia continuar formando quadrados de modo a obter todos os números de Fibonacci? Porque isto funciona?



Questão 5:

Você tem à sua disposição uma grande quantidade de quadrados 1 x 1 e retângulos 1 x 2, como nas figura:

Usando somente estas peças, quantos retângulos 1 x n de configurações diferentes você pode construir? Bem, veja na figura ao lado:



1, 2, 3, 5,... epa!

Os números de Fibonacci! Você conseguiria provar que, de fato, obteremos a seqüência completa de Fibonacci?